

М. 3750.1

КОСТРОМСКОЕ ГУБЕРНСКОЕ ЗЕМСТВО.

ЛЕКЦ. ПО
МЕ. Н. М.

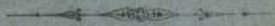
ОТЧЕТЪ

О ЛЕКЦІЯХЪ ПО МЕТОДИКЪ НАЧАЛЬНОЙ МАТЕМАТИКИ,

ПРОЧИТАННЫХЪ С. И. ШОХОРЬ-ТРОЦКИМЪ
въ г. Костромѣ
съ 20 июня по 5 июля 1910 г.

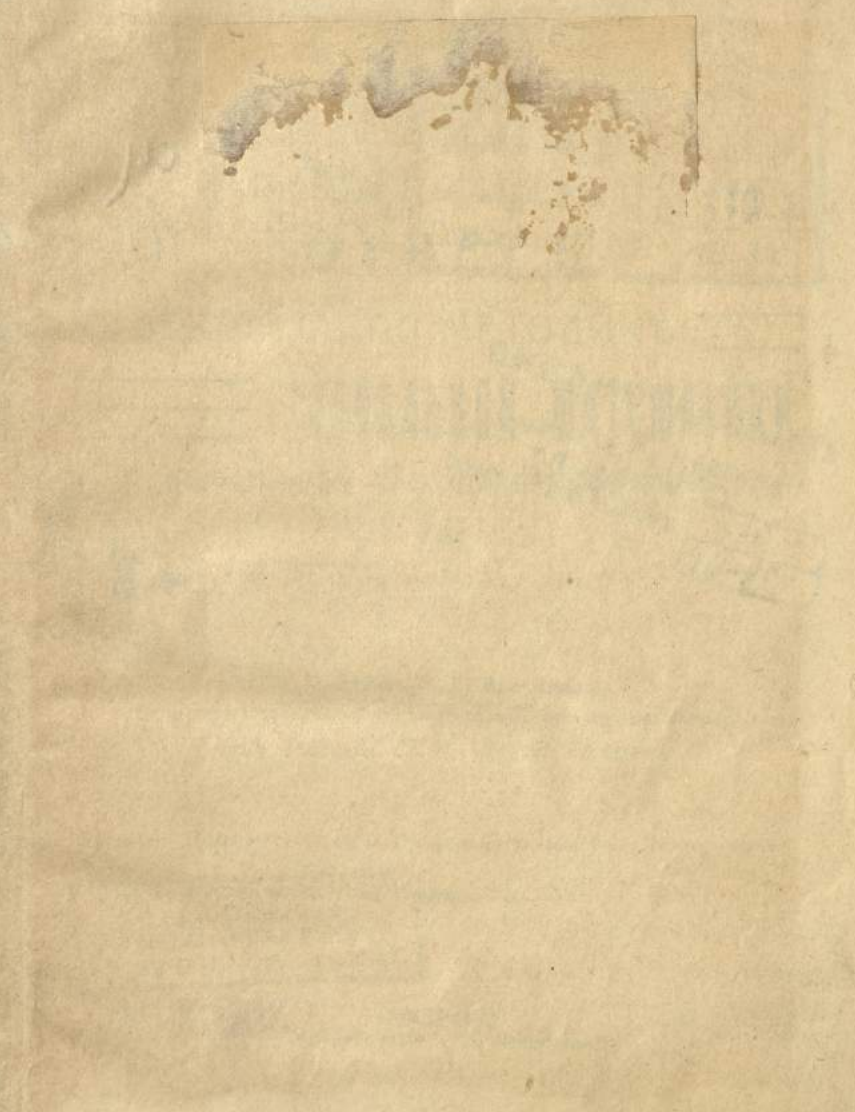
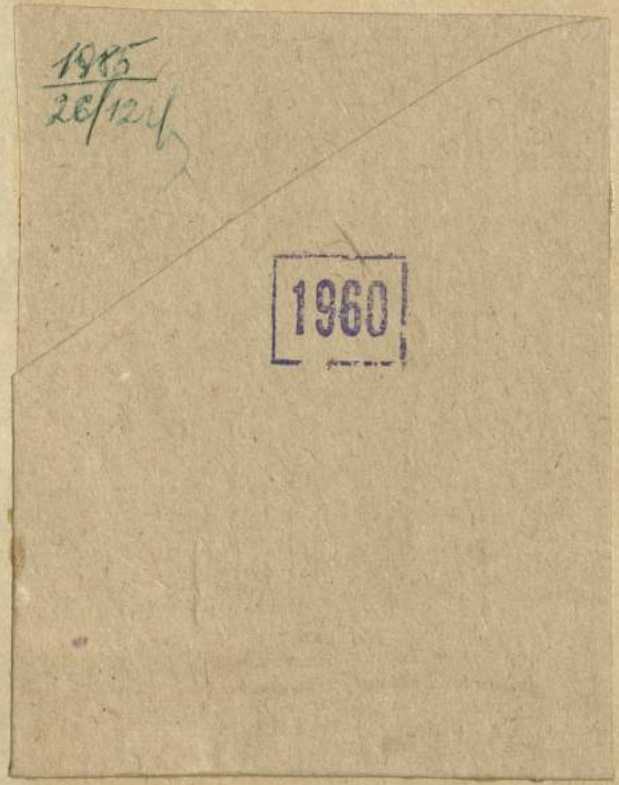
Составилъ В. В. Аристовъ,
инженеръ-технологъ, членъ Костромскаго Общества Образованія,
подъ редакціей С. И. Шохорь-Троцкаго.

Изданіе Книжнаго Склада Губернскаго Земства „Костромичъ“.



КОСТРОМА.
Типо-литографія А. П. Чемоданова.
1911.

Handwritten text at the top left of the page, possibly a name or number.



БИБЛИОТЕКА
ИМ. ДЕНИНА
КОСТРОМСКОГО
Городского Совета

~~№ 6/11~~

ОТЧЕТЪ

370.7
Ш.89

О ЛЕКЦІЯХЪ ПО МЕТОДИКЪ
НАЧАЛЬНОЙ МАТЕМАТИКИ

ПРОЧИТАННЫХЪ С. И. ШОХОРЪ-ТРОЦКИМЪ
въ г. Костромѣ

Ш.89
370.7

съ 29 июня по 5 июля 1910 г.

Составилъ В. В. Аристовъ,
инженеръ-технологъ, членъ Костромскаго Общества Образованія,
подъ редакціей С. И. Шохоръ-Троцкаго.

Изданіе Книжнаго Склада Губернскаго Земства „Костромичъ“.

КОСТРОМСКАЯ
Центральная
БИБЛИОТЕКА
ИМЕНИ Н. К. КРУПСКОЙ

М. 3750.7
КОСТРОМА.
Типо-литографія А. П. Чемоданова,
1911.

88
85
04
15

5.07

Ш.89

51

1956



КОСТРОМСКАЯ
Центральная
БИБЛИОТЕКА
им. Н. Н. Крупской

М. 3750.7

Какъ составитель отчета, такъ и я безконечно далеки отъ мысли, что 20 лекцій (каждая продолжительностью въ $3\frac{1}{4}$ часа), а тѣмъ болѣе отчетъ о нихъ въ состояннн дать хотя бы краткнй очеркъ обширной области методики начальной математики. Столь же далека, конечно, Костромская Губернская Земская Управа, предпринявшая изданне этого отчета, отъ мысли, что послѣдннй можетъ замѣнить учителю какую бы то ни было книгу по предмету методики начальной математики вообще и по предмету методики арифметики въ частности.

Цѣлью моихъ лекцій было преимущественно ознакомленнe аудиторнн съ нѣкоторыми важнѣйшими теченнями въ обширной области методики начальной математики.

Во всякомъ случаѣ приношу свою благодарность Костромскому земству и его просвѣщеннымъ, на пользу, начальной школы дѣятелямъ за ту честь, которую они мнѣ оказали предложеннемъ прочесть рядъ лекцій по вопросамъ, занимающимъ меня болѣе трехъ съ половиною десятилетнн.

Глубокоуважаемому Василию Васильевичу Аристову
приношу свою сердечную признательность за трудъ
по составленію этого отчета. Слушательницамъ и
слушателямъ моихъ лекцій и членамъ Костромскаго
Общества Образованія—сердечное спасибо за оказан-
ное мнѣ вниманіе и доброе ко мнѣ отношеніе.

Желаю упомянутымъ учрежденіямъ и лицамъ
успѣховъ на пользу русской школы и культуры, въ
которыхъ наша родина такъ сильно нуждается.

С. Шохорь-Троцкий.

С.-П. Б. Вассейная, 15.
Апрѣль 1911.

КОСТРОМСКАЯ
Центральная
ВИБЛИОТЕКА
им. Н. К. Крупской

М. Зуев

Отчетъ о лекціяхъ

по методикѣ начальной математики, прочи-
танныхъ С. М. Шохорь-Троцкимъ на учи-
тельскихъ курсахъ 1910 г. въ г. Костромѣ.

Лекція I.

Лекторъ имѣеть въ виду сообщить нѣкоторые новые
взгляды на преподаваніе начальной математики,—не
полный курсъ ея методики, а только новѣйшія въ ней
теченія.

Въ отношеніи изученія математики могутъ быть раз-
ныя точки зрѣнія у слушателей съ лекторомъ, потому
что новыя теченія въ области методики математики бу-
дутъ изложены по ихъ идеалистическому стремленію къ
полной переоцнѣкъ взглядовъ на преподаваніе этого
предмета.

Какъ это ни странно можетъ показаться съ перваго
взгляда, но во главѣ движенія въ сторону полной ре-
формы преподаванія стоятъ видные ученые: Феликсъ
Клейнъ—извѣстный нѣмецкій математикъ; профессоръ
Геттингенскаго университета, энергичный поборникъ ре-
формы; этотъ реформаторъ преподаванія считаетъ, что
оно привело въ XVIII и XIX вв. къ идейному банкрот-
ству; Перри—бывшій англійскій рабочий, теперь инже-
неръ и профессоръ; Лэванъ—французъ, блестящій лек-
торъ и популяризаторъ идей; Лоджъ—физикъ, ректоръ
университета и въ тоже время, несмотря на это высо-
кое положеніе, не гнушающійся обученіемъ счету; аме-

риканецъ Муръ—математикъ, лекторъ, и многіе другіе. Эти реформаторы обратились къ математикамъ міра съ заявленіями о томъ, что дѣло обученія математикѣ идетъ не ладно, не согласно съ началами психологій.

По прежнимъ взглядамъ, математика—наука чисто умозрительная: здѣсь истины получаютъ будто бы только изъ чисто отвлеченнаго мышленія; по новымъ же взглядамъ и съ точки зрѣнія исторической, она есть только отрасль естествознанія и является отвлеченною наукой уже на высшихъ ступеняхъ своего развитія. Математическія истины сначала добываются путемъ опыта и лишь впоследствии приводятъ къ отвлеченнымъ доказательствамъ; но научный характеръ отъ этого не утрачивается. Вѣдь есть же физика опытная и теоретическая; первая устанавливаетъ соотношенія между явленіями, вторая эти соотношенія облачаетъ въ формулы и съ помощью послѣднихъ старается итти далѣе и создать общее міровоззрѣніе.

Реформаторы избѣгаютъ опираться исключительно на отвлеченное мышленіе и утверждаютъ, что даже въ университетѣ надо студентамъ вводить въ изученіе математики съ помощью элементарныхъ методовъ, и вначалѣ не говорить объ отвлеченностяхъ, которыя имъ совершенно не доступны и до которыхъ они могутъ добратъ только впоследствии.

Борьба за новые взгляды на преподаваніе началась давно и у насъ: Ушинскій, Цириговъ и другіе тоже мечтали обьизмѣненіи основъ преподаванія; но у нихъ не было средствъ для борьбы за свое направленіе. Теперь орудія борьбы другія, благодаря психологій.

Мы, учителя, стремимся къ разрѣшенію трехъ вопросовъ:

1. Для чего учить математикѣ?
2. Чему учить на урокахъ, т. е. каково должно быть ихъ содержаніе?

3. Какъ учить?

Человѣкъ въ созиданіи чего либо всегда стремился къ плановѣрности и полной сознательности. Пчела дѣлаетъ дѣло своей жизни тоже сообразно съ нѣкоторымъ планомъ: и свой улей съ его сотами, и откладываетъ запасы, кладетъ яички, и пр.; но она дѣлаетъ это инстинктивно, она только это и умѣетъ дѣлать. Человѣкъ же дѣлаетъ все, что ему вздумается, изобрѣтаетъ и работаетъ съ полнымъ разумѣніемъ. При выяснившейся руководящей дѣли, онъ самъ вырабатываетъ тотъ или другой планъ, видоизмѣняетъ его сообразно непредвидѣннымъ обстоятельствамъ и затрудненіямъ, выбираетъ матеріалъ и инструменты, которыми дѣль достигается, и занимается вопросами, какъ этотъ матеріалъ собрать и какъ его обработать въ согласіи съ преслѣдуемою дѣлюю.

Янъ-Амосъ Коменскій говорилъ: «учите сообразно съ природой учащагося». Руссо говоритъ о томъ же; но обосновать свои педагогическіе взгляды они были въ состояніи только съ точки зрѣнія человѣчности. Песталоцци первый защищалъ права всѣхъ людей на образованіе, но психологія Песталоцци не стояла на достаточно высокой ступени. Дистервергъ много перенесъ обвиненій въ безбожій, будучи человѣкомъ религиознымъ, въ вольнодумствѣ, и т. п. На самомъ дѣлѣ имъ руководили исключительно гуманная и педагогическія соображенія, но прочной научной опоры у него тоже не было. Еще Платонъ сознавалъ важность математики («незнающій математики, да не входитъ сюда»); онъ говорилъ, что учить надо на вѣнкахъ, плодахъ и пр. Но до сихъ поръ это не выполнено. Этотъ эстетическій элементъ, характеризующій греческое міровоззрѣніе, не достигнуть: красота и истина еще не совпали, не слились.

У современныхъ реформаторовъ есть въ распоряженіи доказательства, которыхъ не было у прежнихъ; это—приказы современной научной педагогики, на ко

торые приходится покуда смотрѣть, какъ на обязательныя постановленія, имѣющія, съ развитіемъ этой науки, замѣниться другими. Чтобы итти впередъ, надо стать на современныя точки зрѣнія.

Упомянутые приказы психологіи основаны не на умозрѣніи, а на изученіи природы учащихся. Въ нашемъ дѣлѣ должна командовать современная психологія, основныя положенія которой вы знаете, и если стать на точку зрѣнія психологіи, то получается, что современное обученіе не отвѣчаетъ ея требованіямъ.

Въ старину цѣль обученія математикѣ считалась двоякою: матеріальной и формальной. Матеріальная цѣль сводилась къ воспитанію только ума. Но принимать во вниманіе только одинъ умъ при обученіи математикѣ въ настоящее время уже нельзя. Психическая жизнь ребенка не проста: онъ находится постоянно подъ впечатлѣніями ударовъ, направленныхъ на его нервную систему со стороны окружающей природы. Отъ нихъ онъ просыпается, и можно бы удивляться, что человѣкъ иногда спитъ, а не тому, что иногда бодрствуетъ. Скопленіе молочной кислоты въ мускулахъ и въ мозгу, между прочимъ, заставляетъ его засыпать.

Вышнія впечатлѣнія возбуждаютъ воспріятія, чувствованія (удовольствіе, неудовольствіе или равнодушіе). Эта реакція есть другая, — такъ называемая эмоціональная, — сторона жизни: впечатлѣнія извнѣ такъ или иначе окрашиваются эмоціями. О вкусѣ чего-либо, напр., чая съ лимономъ, мы не можемъ рассказать словами; но мы себѣ представляемъ этотъ вкусъ, и это представленіе также способно возбудить удовольствіе, неудовольствіе, или мы можемъ отнестись къ нему совершенно равнодушно.

Изъ представленій извѣстными логическими процессами слагаются понятія. Вкусъ чая съ лимономъ, со сливками, вкусъ вина, лука и проч. различными между

собою, и они различны для отдѣльныхъ лицъ, а вкусъ вообще — уже общее представленіе, которымъ мы можемъ распорядиться и своеобразно, сказавъ, напр., что вещь сдѣлана „со вкусомъ“ или въ такомъ-то вкусѣ и т. д.

Эти общія представленія образуютъ особымъ путемъ, не безъ участія нѣкоторыхъ чувственныхъ элементовъ, которые мы стараемся въ себѣ подавить, но которые иногда не истребимы. Съ понятіемъ дерева не-ботаникъ — сѣверянинъ связываетъ елку, не-ботаникъ — южанинъ — кипарисъ и т. п. Только ботаникъ, дошедшій до научнаго понятія, владѣетъ точнымъ понятіемъ дерева, освобожденнымъ (хотя, можетъ быть, и неполнымъ) отъ чувственныхъ элементовъ. Величайшіе философы не могутъ совершенно отрѣшиться отъ представленій, лежащихъ въ основѣ нѣкоторыхъ отвлеченныхъ понятій.

Въ XVIII вѣкѣ обращали вниманіе исключительно на *отвлеченныя понятія*, да и до сихъ поръ это продолжается при обученіи математикѣ.

Рядомъ съ упомянутыми переживаніями есть еще стремленія, желанія. Человѣкъ, не имѣющій ихъ, — несчастный человѣкъ. Только тотъ живетъ, кто жаждетъ чего-нибудь и стремится къ достиженію этого. Воспріятыи учащимся на урокѣ матеріалъ даетъ ему при современномъ обученіи преимущественно построенныя на пескѣ словъ понятія. Площадь круга — πR^2 . Какая тутъ радость? „Докажемъ эту теорему!“ Тоже радости мало! Ни радости, ни желанія, ни стремленія! Но если бы сдѣлать такъ, чтобы эта истина въ примитивномъ своемъ видѣ была добыта самими учащимися, то теорема, какъ свое твореніе, была бы чрезвычайно для нихъ дѣльнымъ приобрѣтеніемъ, которому нельзя не радоваться. Учащійся долженъ *желать* дойти до этихъ теоремъ и до всѣхъ подобныхъ истинъ.

Но это еще не все. Современная психологія говоритъ: мало желать, стремиться, переживать радости, надо дѣй-

ствовать, надо поступать, осуществлять то, что есть в умѣ. Радость дѣланія—великая радость человека. Кто дѣлаетъ, тотъ имѣетъ, по сравненію съ недѣлающимъ, добавочныя радости. Кто сдѣлалъ, тотъ закончилъ одинъ циклъ своихъ переживаній и начинаетъ новый.

Цѣль изученія математики тройкая:

а) образовательная, б) воспитательная и в) практическая.

Образовательная цѣль. Возьмемъ сѣрную кислоту и кусокъ желѣза, положимъ послѣдній въ кислоту,—образуется что-то новое. Беремъ желѣзо и кислородъ. При высокой температурѣ—яркое, прекрасное сгораніе желѣза. Отдѣляются блестящія звѣздочки. Это—уже не кусочки желѣза, а образовалось нѣчто другое. Посадимъ зерно ржи во влажный песокъ: новыя образованія,—листья, стебель, колосъ... Тоже и съ человѣческимъ организмомъ. Нѣтъ зубовъ,—но растуъ бугорки, и вырѣзываются первые молочные зубы, имѣ на смѣну идутъ новые, немолочные. Мускулатура ребенка тоже растетъ, первая система развивается, ребенокъ начинаетъ произносить звуки, ходить и т. д. Происходить рядъ умираній и новообразованій. Жизнь не смерть, но и не постоянное состояніе, а болѣе или менѣе сильное возникновеніе и развитіе новыхъ элементовъ взаи́мнѣ отжившихъ. Этотъ процессъ въ старости слабѣе, чѣмъ въ молодости. Психическая жизнь идетъ точно такъ же: одни состоянія—болѣе простыя—уступаютъ болѣе сложнымъ; одни элементы психической жизни уступаютъ мѣсто другимъ согласно нѣкоторымъ законамъ.

Дать ученику такія условія, чтобы у него образовались *новыя* воспріятія, *новыя* представленія, которыхъ не было ранѣе, *новыя* понятія, *новыя* удовольствія, *новое* матеріальное содержаніе сознанія, *новыя* стремленія и желанія; дать такъ, чтобы невѣрные представленія

замѣнились новыми, неточныя болѣе точными и т. д.,—вотъ задача образованія.

Сначала ребенокъ думалъ, что всякій прямоугольникъ есть квадратъ, что только числа 3, 6, 9, 12 дѣлятся на 3, но это не вѣрно. Отъ этихъ невѣрныхъ сужденій онъ долженъ освободиться. Отмираніе невѣрныхъ свѣдѣній и замѣщеніе ихъ вѣрными ставитъ его все выше и выше. Радости чувственныхъ воспріятій должны умереть: но извѣстная совокупность математическихъ представленій, понятій, сужденій, стремленій, поступковъ—должны остаться въ его распорядкѣ, и въ накопленіи этого матеріала—образовательная цѣль обученія математикѣ. Безъ этого нѣтъ математики, какъ учебнаго предмета, и, въ послѣднемъ значеніи, изученіе ея есть только часть жизни учащихся, оно занимаетъ только малое мѣсто въ жизни учащихся. Но безъ воспріятій, представленій, понятій, сужденій, безъ стремленій, желаній, поступковъ вообще жизнь человѣческая невозможна, невозможна безъ нихъ и математика, какъ учебный предметъ. Вся психика учащагося должна быть заинтересована при занятіяхъ математикой, а не одно только мышленіе; должна работать вся его психика, весь его чувствующій организмъ, а не одна только логика, не одна только несозрѣвшая еще отвлеченная мысль его.

Лекція II.

Стремясь къ достиженію образовательной цѣли обученія математикѣ, т. е. къ обогащенію сознанія учащихся цѣлымъ комплексомъ, такъ сказать, математическихъ переживаній разнаго рода, учитель, въ тоже время, достигаетъ и другого результата. Онъ заставляетъ учащихся «полюбить» математику, онъ ею *заинтересовываетъ* учащихся. Но, сверхъ того, важно, что не можетъ случиться, чтобы новыя элементы сознанія, новыя воспрія-

тія, новія сужденія, представленія и т. д. не оказали вліянія на всю психику и физическую природу человека. Всѣ эти образовательные элементы не могутъ быть бездѣйственными, ничто не проходитъ безрезультатно, все оставляетъ слѣдъ на всю жизнь. Такъ и здѣсь: благодаря ихъ дѣйствію, *человѣкъ воспитывается.*

Безобразное, возмутительное въ жизни вредно дѣйствуетъ на человека. Часто нервы притупляются, и въ концѣ концовъ получается привычка къ безобразному. Доброе и общественно благородное возвышаетъ человека, и возвышенныя привычки укореняются. Пережитое *воспитываетъ* человека. «Скажи мнѣ, съ кѣмъ ты знакомъ, я тебѣ скажу, кто ты». Вѣрнѣе сказать: скажите, какими переживаниями наполнена ваша жизнь, тогда ясно будетъ, что вы изъ себя представляете.

На каждомъ ученикѣ разныя явленія жизни отзываются различно. Вы хотите использовать вашу прогулку съ дѣтьми въ томъ смыслѣ, чтобы они описали ее; вы спрашиваете, какъ произошла прогулка. Одинъ напишетъ: „пошелъ съ узелкомъ хлѣба“, другой, что „долго смѣялись“, третій опишетъ столкновение съ товарищемъ: „хлопнул“, — „кувырнулся“, четвертый обратитъ вниманіе на нѣкоторыя явленія природы, и т. д. Прогулка различно отразилась на психикѣ дѣтей.

Надо сдѣлать такъ, чтобы отъ математическаго образования учащихся образовались извѣстныя „добрыя“ привычки; осторожность въ сужденіи — одна изъ нихъ.

Воспитаніе въ этомъ направленіи относится уже къ *воспитательной* дѣли математики, какъ учебнаго предмета.

Относясь серьезно къ воспитательнымъ элементамъ въ математикѣ, надо давать въ этомъ направленіи вопросы такимъ образомъ, чтобы отвѣтъ получался сначала отъ тѣхъ только, кто знаетъ точно, въ чемъ дѣло. Напр., развитой ученикъ можетъ свободно отвѣчать на вопро-

сы и вѣрно, и невѣрно: 4×6 ? Отвѣтъ 28. На вопросъ, сколько у меня дѣтей, онъ смѣло отвѣтитъ 5, совершенно не зная состава моей семьи т. п. Тоже справедливо относительно вопроса: что больше — $\frac{1}{2}$ арш. или 1 футъ; онъ отвѣтитъ — футъ. Онъ, при всѣхъ достоинствахъ своего умственного развитія, еще не воспитанъ въ отношеніи осторожности сужденія въ вопросахъ математическаго содержанія.

Написать ли «мнѣ» или „мне“, если слово находится въ связи съ другими словами, — все равно будетъ ясно, въ чемъ дѣло. «Мне» — ошибочно, но это неважно. Ошибка же въ области математическихъ сужденій, — ошибка другого рода. Многія явленія природы подчиняются точнымъ математическимъ законамъ. Графинъ воды „дышетъ“ отъ измѣненія температуры, хотя количество жидкости остается одинаковымъ. Объемъ воздуха въ этомъ помѣщеніи тоже измѣняется. Въ астрономической обсерваторіи есть инструменты, съ которыми надо обращаться съ осторожностью, какъ сейсмографъ — очень тонкій инструментъ для указанія волнообразныхъ движеній земной поверхности.

Математическія законы, строго говоря, господствуютъ во всей природѣ, но не всѣ извѣстны. Кантъ сказалъ, что наука лишь постолько научна, поскольку въ ней есть математика. Стремленіе къ усмотрѣнію математической стороны явленій и къ точности вывода является *результатомъ математическаго воспитанія.*

Количество товара и стоимость единицы его опредѣляютъ стоимость этого количества. Доходъ съ капитала зависитъ отъ его величины и процентной таксы. Мѣсто встрѣчи двухъ движущихся предметовъ зависитъ отъ разстоянія ихъ и отъ скоростей движенія. Астрономъ можетъ вычислить, гдѣ будетъ въ извѣстный моментъ Юпитеръ, сколько Юпитеръ вѣситъ и т. п. Астрономія — торжество математики. Законъ тяготѣнія Ньютона (при-

тяженія прямо пропорціональны массамъ и обратно пропорціональны квадратамъ разстоянія между ними) объяснилъ движенія небесныхъ свѣтилъ. Одинъ изъ астрономовъ, занимаясь въ кабинетѣ, пришелъ къ заключенію, что есть еще одна, дотолѣ не бывшая извѣстной, планета, которая вліяетъ на всѣ остальные планеты, и рассчиталъ, гдѣ ее искать. Это былъ Леверье, который открылъ Нептуна. Всѣ механическія и даже химическія явленія подчиняются математическимъ законамъ. Разсѣянность человѣка (на извѣстное количество писемъ, положенныхъ въ почтовые ящики, всегда приходится опредѣленный процентъ безъ адреса), казалось бы, явленіе изъ разряда такъ наз. «случайныхъ», т. е. такихъ, которыхъ законы неизвѣстны. Тѣмъ не менѣе и разсѣянность подчиняется какому то математическому закону. Математика проникаетъ весь міръ физическихъ явленій, а также и общественныхъ. Ужасъ самоубійства находится въ какой то математической зависимости отъ времени года, отъ часа дня, пола, возраста и т. п.. Плачь, радость, можно даже сказать, количество слезъ, проливаемыхъ на землѣ, вѣроятно, подчиняется математическимъ законамъ. Стремленіе истолковать по возможности точнѣе зависимости есть результатъ *математическаго воспитанія*. Воспитаніе стремленія къ точности *разсужденій* тоже входитъ въ составъ воспитывающаго обученія математикѣ. Необходимо стремиться къ тому, чтобы ученики понимали существованіе функціональных зависимостей, хотя бы имъ и не было извѣстно это слово; это оказываетъ на ученика полезное воспитательное вліяніе.

По мнѣнію реформаторовъ, изученіе математики ведетъ за собою напряженіе *воли*, и здѣсь приходится коснуться психологіи волюнтаризма (отъ слова *voluntas* — воля). Это психологическая школа, которая говоритъ, что въ основѣ душевной жизни человѣка лежитъ воля.

Живемъ такъ, какъ хотимъ! «Вотъ палка! Ее многіе не видѣли, потому что *не обращали* на нее активнаго вниманія, потому что не хотѣли ее видѣть, ихъ воля не работала въ этомъ направленіи. А я сейчасъ заставилъ васъ ее увидѣть», — прибавилъ лекторъ.

Человѣкъ — хитрое существо — отходитъ отъ впечатлѣній, которыя ему не нравятся. Лаврецкій, Рудинъ, Дм. Савинъ (въ «Вешнихъ водахъ») и другіе «лишніе» люди, всѣ «пасующіе» тургеневскіе герои живутъ, можно сказать, наслаждаясь собственными страданіями. Это явленіе волевое, имъ хочется страдать. Мы даже, такъ сказать, хотимъ страданій, растравляемъ свои душевныя и тѣлесныя раны или ссадины. Если бы наша воля работала въ противоположномъ направленіи, мы этимъ не стали бы заниматься.

Обученіе математикѣ должно имѣть въ виду воспитаніе *воли*: во что бы то ни стало, надо рѣшить какую либо задачу, сдѣлать вычисленіе, выполнить чертежи, вскрыть зависимость, сдѣлать модель, разсудить и т. п. Не надо обращать занятія математикой только въ исключительно умственный моціонъ, въ гимнастику акробата. «Моціонъ» нуженъ для людей богатыхъ, акробатика — для акробатовъ и атлетовъ. Для обыкновенныхъ же людей нужны производительная работа физическая и умственная, цѣлесообразная для обыкновеннаго человѣка движенія, упражненія жизненныя, естественныя и не выдуманныя. Учащійся математикѣ долженъ воспитываться въ направленіи естественнаго воспитанія его воли на математическомъ матеріалѣ.

Практическая цѣль изученія математики состоитъ въ полезныхъ навыкахъ приложенія ея законовъ къ вопросамъ жизни и науки. Но этого мало: заниматься надо такъ, чтобы каждый вопросъ вытекалъ изъ жизни. Когда даются огромныя числа для производства съ ними дѣйствій, они ничего не говорятъ. Надо понять сначала,

что такое громадное число. Напр., сколько листовъ бумаги надо сложить одинъ на другой, чтобы получить высоту Исакиевского собора; сколько времени надо употребить, чтобы написать одинъ миллионъ буквъ? И т. п.

Исходя изъ практическихъ задачъ, можно прийти къ умозрительнымъ выводамъ. Клейнъ настаиваетъ на томъ, чтобы задачи брались изъ области техники, изъ практики того или другого дѣла: земледѣлія, домашняго хозяйства, ремесла и проч. Задачи, касающіяся расчета прочности, дадутъ дѣтямъ понятіе, какъ могутъ держать тонкія связи фермы моста такую огромную нагрузку, какъ паровозъ съ поѣздомъ и т. п. Давать вопросы поближе къ природѣ—пока еще мечта Клейна. Для ея осуществленія нужна и иная подготовка учителей. Раздѣленіе математики на чистую и прикладную тогда пропадетъ, и чистая математика останется только для тонкихъ умовъ, такъ сказать, для астрономовъ въ области математики.

Теперь учать плохо, потому что не ясно сознаніе дѣлей обученія, не ясно, чему надо учить и какъ учить. Страданія учащихся идутъ вѣками, но пора уже и кончиться имъ, благодаря приобрѣтеніямъ, которыми обладаетъ теперь психологія. Начинается теперь новое теченіе.

Математика сейчасъ является какъ бы сама для себя, а не для ежедневной жизни. Для жизни мало знать, надо *умѣть*, надо *дѣлать*, *творить*. Можно знать, что такое плаваніе, и постигнуть теоретически это искусство. Лекторъ замѣтилъ, что онъ знаетъ и ясно понимаетъ, въ чемъ это немудреное искусство, но что эти знанія ему мало помогали, когда онъ въ Черниговской губерніи чуть не утонулъ, потому что онъ не умѣетъ хорошо плавать. Въ математикѣ тоже влетаетъ практической элементъ: надо знать, но этого мало. Многого надо и умѣть дѣлать.

Откуда же являются требованія новыхъ приемовъ обученія: отъ разума, или изъ иного источника?

Идутъ они изъ чистаго источника: учимъ дѣтей, но они люди. Мы ихъ должны уважать въ силу общей нравственной обязанности. Надо знать, что нужно дѣтямъ, разъ мы рѣшили, изъ любви къ дѣлу или по другимъ причинамъ, отдать имъ часть своей жизни. Надо изъ уваженія къ дѣтямъ, какъ къ дѣтямъ, знать законы, по которымъ они восприимаютъ знанія и приобрѣтаютъ умѣнія.

Чтобы питать человѣка, нуженъ бѣлокъ, жиры и т. д.; но вѣдь нельзя питать ребенка простой смѣсью этихъ веществъ. Въ молокѣ матери они соединены въ удобовоспринимаемую смѣсь для пищевого тракта ребенка, и составъ молока для различныхъ возрастовъ его различенъ. Кто кормить дѣтей съ помощью тряпичи, въ которой лежитъ нажеванный черный хлѣбъ? Можно это дѣлать только по невѣжеству. Не годятся также для грудныхъ дѣтей ни бифштексы, ни щи, ни колбасы.

Мало любить дѣтей, мало уважать ихъ; надо знать ихъ природу. Какъ нельзя имъ давать, въ качествѣ пищи, всякій бѣлокъ, жиръ и т. д. только потому, что въ материнскомъ молокѣ есть и то и другое и третье. Такъ и не всякій учебный матеріалъ ими усвоимъ.

Всѣ эти разсужденія исходятъ изъ одной идеи: изъ желанія и необходимости посвятить часть своей жизни дѣтямъ. Надо знать, какъ это дѣлать. Тутъ будетъ уваженіе и къ ребенку и къ знанію. То и другое для учителя обязательно.

Лекція III.

Ранѣе намѣчено, какъ человѣкъ растетъ съ дѣтскаго возраста, какъ онъ нуждается въ любви, уваженіи, въ чемъ могутъ эта любовь и это уваженіе осуществиться.

Не зная этого и не стремясь къ этому осуществленію, нельзя быть воспитателемъ дѣтей. Слѣдуетъ лучше обратиться къ другому рода занятіямъ. Иные говорятъ, что можно обходиться безъ любви и уваженія, передавая то, что мы знаемъ. Психологія изучаетъ явленія душевной жизни. Мы, учителя, обязаны считаться съ ея данными. Такъ какъ не всѣ явленія психологической жизни изучены, то мы должны быть учениками своихъ учениковъ, чтобы хоть такимъ образомъ подойти къ уразумѣнію природы учащихся и поступать согласно съ нею. Надо идти не отъ ума, а отъ всего существа ребенка, ничего не давая ему въ готовомъ видѣ, а создавать такія условія, чтобы онъ бралъ самъ то, что ему надо изъ представляющихся переживаній. Ему не нужна арифметика, когда онъ, взглянувъ въ окно, увидаль брата Мити, принесшаго гостинцы, и, если бы ему въ это время сдѣлали строгое замѣчаніе, оно не привлечетъ, все равно, его вниманія къ вашей арифметикѣ. Другія дѣти въ этотъ моментъ тоже отвлечены тѣмъ же братомъ Мити, и лучше потерять 20 секундъ. Онѣ не будутъ потерей, а отдыхомъ, если братъ Мити интереснѣе вашей арифметической задачи.

Не подчиненнымъ надо быть передъ ребенкомъ, не грубымъ и невоспитаннымъ начальникомъ онъ долженъ быть надъ нами. Нѣтъ, мы, изучая его, можемъ узнать, какъ его учить: не отъ одного ума, а отъ дѣла, что надо прежде всего содѣйствовать развитію самостоятельности ученика. Онъ многое знаетъ и здраво смотритъ на многое; онъ насъ знаетъ паизусть, знаетъ наши слабости, добрыя качества, отмѣчаетъ на насъ застегнутый сюртукъ, а на учительницѣ красную кофточку, и устанавливаетъ по признакамъ, намъ даже неизвѣстнымъ, съ какой ноги мы сегодня встали... Нельзя относиться къ ребенку, какъ къ пустому листу бумаги, а надо создавать условія, что бы онъ росъ, развивался и получалъ

знанія, полезныя навыки и должныя привычки, какъ будущій гражданинъ своей страны, какъ человѣкъ и работникъ.

Клейнъ—сторонникъ того, чтобы начинать съ дѣла. Что это значитъ? „Коля, поди ты къ доскѣ и еще двое! „Смѣряйте комнату и зарисуйте ее на доскѣ“, или „Сдѣлайте изъ бумаги по мѣркѣ занавѣску къ окну“. Такая точка зрѣнія примѣнима чапце, чѣмъ это кажется человѣкамъ въ футлярахъ. Въ старину профессора читали по тетрадкамъ, читали, а не говорили; отсюда и осталось выраженіе «читать лекціи». Результаты одного чтенія лекціи довольно плачевны, когда даже профессоръ или лекторъ (по латыни—значить читающій) только говоритъ, хотя бы и безъ тетради и даже безъ бумажки на кафедрѣ. Читали когда то и физику: передъ глазами студентовъ, кромѣ профессора съ тетрадкой, не было ничего, происходило какое то какъ бы сверленіе воздуха.

Давно уже стали являться противники такого порядка вещей. Еще Магеръ, нѣмецкій педагогъ, критически относился къ этому «Слушайте!» «Не забывайте, говоритъ онъ, что слушать труднѣе, чѣмъ говорить». Дѣло стало измѣняться. Физика разрослась, и читать только лекціи по физикѣ стало дѣломъ невозможнымъ. Одни читали, другіе стали говорить, а не читать. А потомъ стали устраиваться особыя (амфитеатромъ) залы для физическихъ аудиторій. Явилась масса заботъ о столѣ, на которомъ должны были быть тѣ или другіе аппараты, краны отъ водопровода, сосуды, горѣлка, электрическая лампа, фонари, экраны, приборы. Профессоръ уже не читаль, а, такъ сказать, приговариваль къ производимымъ опытамъ и наблюдаемымъ явленіямъ и объясняль. Чего, кажется, лучше? Но теперь и это оказывается недостаточнымъ. Понадобилось, чтобы сами студенты работали въ лабораторіяхъ и воспроизводили физическія яв-

ления и сами работали бы съ приборами, а многое изготовляли бы сами.

В средней школѣ въ старину, да и не такъ еще давно, учитель только спрашивалъ урокъ наизусть, и разъ ученикъ пропустилъ какое либо слово, раздавался возгласъ учителя «садись, дуракъ!» Учителя были инквизиторы въ буквальномъ смыслѣ этого слова (допросчики). «На колѣни!» Тогда они дѣлались исполнителями своихъ приговоровъ. Какъ будто колѣни сдѣлали ошибку. Въ „Очеркахъ бурсы“ Помяловскаго прекрасно описана такая школа. Есть картина, какъ учитель зажималъ голову ученика и вытаскивалъ изъ нея по щепоткѣ волосковъ... Это значило — „учить.“

Повемногу это измѣнялось. Русская школа не знала, по крайней мѣрѣ узаконенныхъ, наказаній и средствъ для нихъ, какъ въ Германіи, гдѣ узаконены длина и толщина палки... И до сихъ поръ 22-лѣтній учитель имѣетъ право наказывать палкой специально вызванную для этого свою ученицу, какую нибудь 14-лѣтнюю Клару. Это выработано вѣками. Теперь въ средней школѣ стала появляться чистоплотный, не цѣнный учитель, который беретъ мѣлъ въ руки и рассказываетъ о наименьшемъ кратномъ въ научно принятыхъ выраженіяхъ. Ученики, сидящіе сзади, въ это время могутъ играть въ карты или домино, или въ крестики и нулики, или думаютъ о разныхъ болѣе интересныхъ, чѣмъ наименьшее кратное, вещахъ, читаютъ книжки, готовятъ урокъ исторіи или географіи. Благонравные ученики искусно притворяются, что слушаютъ. Учитель что либо доказываетъ, а у ученика подъ партой скрыта интересная книжка. У этого учителя 2—4 человека въ классѣ даровитыхъ и масса бездарныхъ. Первые являются Архимедами, выручающими товарищей изъ бѣды. Извѣстный русскій поэтъ Полонскій не занимался математикой, но прекрасно учился по русскому языку. Въ классѣ

былъ другой ученикъ, который считался Архимедомъ, но слово *каша* писалъ чуть не съ двумя ятями. Учитель русскаго языка угрожалъ учителю-математику, если послѣдній сръжетъ Полонскаго, сръзать Архимеда. И оба мальчика, благодаря этому договору, окончили курсъ! Это еще славу Богу. А сколько народу погибало! Теперь учитель $\frac{1}{4}$ или $\frac{1}{3}$ урока рассказываетъ, а дальше спрашиваетъ, Архимедъ же ему помогаютъ, настраивая «неспособныхъ» товарищей. Результаты ясны.

Но является и переходъ въ другой эпохѣ. Учитель средней школы иногда является старшимъ товарищемъ и руководитъ работою учениковъ.

Начальная школа счастливейше, потому что и ученики другіе, и отношенія между учащими и учащимися ближе. Но не все такъ хорошо въ ней, какъ это кажется.

Какъ сказано ранѣе, *математика занимается извѣстными разрядами явленій*, или, если это вамъ не нравится, явленіями въ области пространственныхъ образовъ, явленіями движенія. Для *учащихся же* математика можетъ быть только отраслью *естествознанія*. Отъ другихъ отраслей послѣдняя она отличается тѣмъ, что въ ней добывается не все путемъ опыта и наблюденія, а частью и умозрѣніемъ. При содѣйствіи математическихъ явленій ученикъ долженъ изобрѣтать самъ математическія истины. *Математическія явленія группируются на отдѣлы*. Есть явленія въ области чиселъ, надъ которыми производятся дѣйствія, получаютъ результаты съ опредѣленными свойствами. Это—явленія арифметическія. Здѣсь все относится только къ числамъ. Въ другихъ явленіяхъ фигурируютъ образы пространства. Природа, искусство даютъ образцы формъ, фигуръ, разстояній, линій, тѣлъ. То, чего нѣтъ—воображаемыя формы и фигуры можно изучать, благодаря существующимъ. Это—явленія пространственныя.

степени умный и прозорливый, звалъ, что всякая пластинка отъ звуковъ колеблется, и ему пришло въ голову, что надо заставить пластинку производить тѣ же звуки. И онъ осуществилъ эту простую мысль: снабдилъ пластинку гвоздикомъ, который на вращающемся барабанѣ оставлялъ слѣдъ колебаній: этотъ слѣдъ потомъ проходитъ тѣмъ же гвоздикомъ и пластинка сама производитъ соответствующіе звуки. Такова идея его фонографа, изъ котораго возникли граммофоны. Всѣ ученые себя хлопнули по лбу, какъ это имъ не пришло въ голову это раньше. Простыя вещи иногда освѣщаютъ яркимъ свѣтомъ то, что раньше было труднымъ и темнымъ. Что такое спички? Мелочь. Но въ большой темной комнатѣ, гдѣ вы теряетесь, чиркь—и свѣтъ!

Мелочей въ наукѣ и техникѣ нѣтъ. Но не надо второстепенному придавать первостепенное значеніе. Въ задачѣ сказано, что будто «два курьера выѣхали другъ другу на встрѣчу» и учащійся будетъ ближе къ правдѣ и это будетъ гораздо лучше, чѣмъ, если вы ему скажете, что они на самомъ дѣлѣ выѣхали другъ другу на встрѣчу. Въ задачѣ сказано: «аршинъ синяго сукна дороже аршина краснаго на 1 р. 20 к.». Ученика занимаетъ вопросъ о томъ, всегда ли это такъ.—вопросъ, который вамъ въ голову не приходитъ, а ему мѣшаетъ работать. Добавьте слово «будто» и задача получаетъ другое освѣщеніе.

Какъ сдѣлать, чтобы противоположныя задачи не играли той роли, какъ сейчасъ, не мѣшали истинному математическому образованію? Только благодаря второстепенному является первостепенное. Въ китайскомъ рисованіи все стоитъ на первомъ планѣ вслѣдствіе отсутствія перспективы, которая должна быть соблюдена. Если нарисовать людей, одного большого, другого маленькаго, то неизвѣстно, нарисованъ ли дѣйствительно маленькій человѣкъ, или онъ только далеко стоитъ. На-

до рисовать второстепенные и третъестепенные предметы: дерево, травку и пр. такъ, чтобы, сравнивая съ ними остальные, мы могли бы видѣть величину человѣка; надо сдѣлать такъ, чтобы эти мелкія вещи не портили впечатлѣнія и обращали на себя столько вниманія, сколько это необходимо. *Надо соблюдать перспективу, въ этомъ все дѣло.*

Учителя арифметики рискуютъ быть мелочными, придавая незаслуженное значеніе мелочамъ, а ученики могутъ тѣмъ же заразиться и отъ этого страдать. Надо знать, что—первостепенно и что—второстепенно. Кажущееся мелочью оказывается на дѣлѣ важнымъ, а кажущееся важнымъ не стоитъ иногда выѣденнаго яйца.

Въ курсѣ арифметики на первомъ планѣ должно стоять необходимое съ образовательной, практической и воспитательной точки зрѣнія, на второмъ—только полезное, на третьемъ—желательное, при благоприятныхъ условіяхъ, и на 4-мъ подлежащее усвоенію вслѣдствіе случайныхъ (напр., экзаменаціонныхъ) условій. Риска пока въ этомъ нѣтъ. Зная необходимое и полезное, хорошо учащійся овладѣетъ и совторостепеннымъ и третъестепеннымъ. Обращая же одинаковое вниманіе на все, придавая всему одинаковое значеніе, дѣлая изъ мухи слона, учитель создаетъ условія, при которыхъ ученики ничего себѣ не усвоятъ: ни главнаго, ни второстепеннаго.

Вотъ диктовка одного инспектора: «Онъ поднесъ ему подъ носъ подносъ и подносъ у него подъ носомъ и поднесъ», а вотъ диктовка другого: «И такъ мужъ, преисполненный долготою лѣтъ, скончался вмаѣ». Ученики написали вѣрно потому, что учителя знали, что инспекторъ «любитъ» тѣ или иныя диктовки и настраивали учениковъ въ этомъ направленіи. Съ такими случайностями надо считаться, но не надо преклоняться передъ ними. Что дѣти ненавидятъ, заниматься тѣмъ они не

будутъ. Но, если имъ сказать, что такія то задачи нужны, они ихъ будутъ рѣшать, понимая ихъ значеніе.

Изъ области геометріи въ курсъ начальной математики входятъ: употребленіе линейки, циркуля, масштаба, транспортира, карандаша—для выполненія простѣйшихъ фигуръ... Тоже много, и въ то же время мало! У всѣхъ дѣтей можетъ быть линейка изъ куска бумаги, согнутаго вдоль нѣсколько разъ... Она прослужитъ долго и, перегнутая снова пополамъ,—прослужитъ и дольше. Циркулемъ можетъ служить тоже кусокъ сложенной бумаги съ съ прорѣзанной для мѣла дырой, протынутый кнопкой или булавкой и прикрѣпленный къ доскѣ той же кнопкой. Коробка отъ конфетъ или отъ папиросъ содержитъ нѣсколько линейекъ и нѣсколько циркулей. Въ Англіи циркуля для школъ стоятъ около двухъ копеекъ съ неломашимся карандашомъ въ видѣ куска очень твердаго графита. Въ Россіи такіе циркуля не употребляются, потому что считаютъ, что въ начальныхъ школахъ геометрія не нужна.

При введеніи познаній и навыковъ изъ области геометріи въ школу, курсъ арифметики проходитъ гораздо лучше, чѣмъ безъ нихъ, судя по опыту моему и моихъ учениковъ въ школѣ. Линейка и циркуль для выполненія простѣйшихъ чертежей употребляются съ перваго же дня ученія. Дѣти рисуютъ и чертятъ квадраты по мѣрѣ, пользуясь масштабомъ, составляютъ изъ квадратовъ прямоугольники, вычисляютъ ихъ площади и т. д. Составленіе изъ квадратовъ прямоугольниковъ можно производить прямо на доскѣ, прилѣпляя къ ней облатками квадратъ за квадратомъ для образованія прямоугольника. Уголь также долженъ войти въ обиходъ при обученіи. Это—кусочекъ бумаги, сложенный какъ угодно. При помощи угла можно раздѣлить любую прямую на равныя части. Транспортиръ можетъ быть приготовленъ самими учениками, а съ нимъ они поймутъ и величину угла

въ 90° и другихъ. Кто встанетъ на лабораторный путь обученія, тотъ съ него навѣрное никогда не сойдетъ и добьется успѣховъ.

Изъ области механики все время рѣшаются задачи на движеніе. Ознакомивъ съ движеніемъ равномернымъ, можно перейти и къ равномерно ускоренному. Какъ примѣръ, можетъ быть поставлено паденіе камня съ высоты. Законъ пройденныхъ пространствъ можетъ быть иллюстрированъ въ видѣ увеличивающихся квадратовъ вачивая съ первой секунды.

Затрудняетъ алгебра, занимающая въ средней школѣ неадекватное мѣсто. Всякій здравомыслящій, не тупойный человекъ можетъ заниматься математикой. Все зависитъ отъ метода обученія. Проще математики нѣтъ науки. Между тѣмъ алгебру проходятъ такъ, что одно воспоминаніе о ней возбуждаетъ у многихъ отвращеніе. Въ наукѣ не приходится дѣлать такихъ дѣйствій съ многочленами, какія приходится дѣлать начинающимъ. Натуралисты часто поэтому не любятъ математики. Фарадей, знаменитый англійскій физикъ, не пошелъ дальше арифметики, а онъ слушалъ Гемфри Деви и изъ переплетчика превратился въ величайшаго физика. Къ математикѣ онъ питалъ благоговѣніе, но и только. Въдѣ алгебра не многочлены, а наука объ уравненіяхъ.

Она возникла изъ рѣшенія задачъ и составленія уравненій. Вотъ этому естественному пути и приходится слѣдовать при ея изученіи. Реформаторъ обращается къ новому способу обученія алгебрѣ и, при краткихъ ежедневныхъ занятіяхъ хотя бы по 1/4 часа въ теченіи года, многое можетъ быть пройдено и усвоено учителями и учительницами начальной школы, невзучавшими ея или недостаточно въ ней твердыми. Имъ для надлежащаго обученія арифметикѣ надобно сродниться съ алгеброй: ея данныя и методы могутъ войти въ составъ курса. Но

для возможности этого необходимо также изучать дѣтей, изучать требованія ихъ природы и возраста и ясно смотрѣть на предлагаемый имъ учебный математическій матеріалъ.

Въ составѣ начальной математики входятъ:

- 1) 4 дѣйствія арифметики съ приложеніемъ ихъ къ жизни.
- 2) Употребленіе линейки, циркуля и угла безъ доказательства теоремъ при изученіи геометріи, являющейся въ школѣ не наукой для философовъ.
- 3) Уравненіе 1-й степени съ однимъ неизвѣстнымъ, 2-мя и 3-мя неизвѣстными въ примѣненіи ихъ къ рѣшенію житейскихъ задачъ. Здѣсь можно передать 4) идею Декарта о способѣ координатъ на примѣрахъ кривыхъ измѣненія температуръ больного, величины урожая въ различные годы, числа учащихся, явившихся въ школу въ теченіе года, и т. п.

Лекція V.

Какова же цѣль обученія математикѣ?

Прежде всего надо сказать, что нужно не преподаваніе математики, а только обученіе ей. Это особенность современной педагогической мысли. Я обмолвился, когда сказалъ, какъ-то „преподаваніе“. Это бываетъ нерѣдко по привычкѣ къ старымъ терминамъ, добавилъ лекторъ. *Не преподавать надо, а учить.*

Цѣль обученія математикѣ уже выяснилась. Она тройкая: 1) образовательная, 2) воспитательная и 3) практическая. Эти черты обученія сплетаются между собою безраздѣльно.

Равнымъ образомъ для насъ ясно, чему надо учить. Современная педагогика прибавляетъ къ этому еще, что и въ начальной школѣ надо учить не арифметикѣ только, но по возможности математикѣ.

Теперь остается вопросъ: какъ учить?

Принципіально надо учить сообразно съ психикой и физикой дѣтскаго организма, принимая во вниманіе психологію всѣхъ его переживаній. Такъ или иначе, психологія всегда принималась во вниманіе, сообразно съ имѣвшимся на-лицо комплексомъ психологическихъ знаній. Надо отдать справедливость философамъ, что психологіей занимались преимущественно они, и гораздо рѣже—учителя. Она требовала громадной подготовки, а у учителей таковой не было. Психологія прежняго времени стояла на недоступныхъ основаніяхъ философскихъ теорій. Правда, что мечтанія великихъ педагоговъ, какъ Коменскій, Песталоцци, Руссо и др., далеко опередили жизнь; напр., принципъ наглядности встрѣчается еще у Платона, но дѣйствительность стояла позади этихъ мечтаній. Мечтали о школѣ, въ центрѣ которой должна была стоять идея о Богѣ, между тѣмъ методы обученія противорѣчили наставленіямъ Бога любви.... Всюду раздавались удары и по дѣтской душѣ, и по дѣтскому тѣлу. Тѣлесныя наказанія существовали и существуютъ въ Германіи, Австріи, повсюду въ болѣе или менѣе узаконенной формѣ. Въ Россіи тоже были выдающіеся мечтатели педагоги: Н. И. Пироговъ, К. Д. Ушинскій, В. Я. Стоюнинъ, Л. Н. Толстой, А. Я. Гердъ и др. Истинные педагоги всегда мечтали о человѣчскомъ, о божескомъ въ школѣ, искали и ищутъ опоры для проведенія въ жизнь этихъ мечтаній въ такъ называемомъ общественномъ мнѣніи. Но общественное мнѣніе часто противъ нихъ. Если бы эту опору искать въ психологіи, то она была бы болѣе существенною, чѣмъ общественное мнѣніе, для проведенія идеаловъ въ жизнь. Часто педагогическія мечтанія сопровождаются насмѣшками людей, которые кичатся тѣмъ, что они «знаютъ» школу. „Мало ли что тамъ говоритъ Песталоцци, который самъ не сдалъ нужныхъ экзаменовъ?“ говорятъ

одни. „Другой педагогъ Руссо—недочка, изгнанникъ, ведши бурную жизнь, и писатель—но что онъ знаетъ?“ говорятъ другіе. „А Толстой не окончилъ курса высшего учебнаго заведенія, не имѣетъ никакихъ дипломовъ, а тоже берется судить обо всемъ“. Вотъ что иногда говорить общественное мнѣніе: В. А. Евтушевскій въ засѣданіи покойнаго нынѣ Педагогическаго общества, закрытаго въ концѣ 80-ыхъ годовъ министромъ Дмитріемъ Толстымъ, возражая Льву Толстому, закончилъ свою рѣчь такъ: „Бѣда, коль пироги начнетъ печь сапожникъ“... Эти слова были награждены громомъ аплодисментовъ мыслящей и интеллигентной публики. „Чтобы не было дисциплины?“ „Кто хочетъ, пусть только тотъ и занимается“. „Это бредни!“—„Ты моего мальчика держи построже!“ говоритъ умственный мужикъ учительницѣ. „Необходима дисциплина“, говоритъ иной интеллигентъ.

Стоя передъ вопросомъ о томъ, какъ учить, получимъ отвѣтъ простой, но онъ кажется отвѣтомъ безъ содержанія: „согласно природѣ“. Это еще говорилъ Янъ-Амосъ Коменскій въ XVII вѣкѣ.

Запомнимъ, что не преподавать надо, а учить. Преподавать значитъ, что что-то излагается, что-то говорится, и возлагается надежда на учениковъ, что они что-то поймутъ и что-то усвоятъ. Но ученикъ долженъ понимать, что говорить, а это часто невозможно, онъ можетъ понимать лишь немного, а на первыхъ ступеняхъ онъ очень мало понимаетъ. Понимать значитъ для учащагося быть въ состояніи идти мыслью за тѣмъ, что говоритъ учитель; но многое изъ того, что учитель говоритъ, ученикамъ и не понятно, и не можетъ быть понятно.

Преподаватель предполагаетъ аудиторію, какъ профессоръ. Мы, лекторы, на этихъ курсахъ это можемъ дѣлать, потому что стоимъ со слушателями въ одной плоскости. Но другое дѣло—малолѣтніе и даже велико-

возрастные учащіеся. Что значитъ учить? Жакото, французскій педагогъ середины XIX столѣтія, болѣе извѣстный какъ специалистъ по методикѣ иностранныхъ языковъ, съ глубокимъ пониманіемъ самой задачи обученія, завѣщалъ формулу для всякаго учителя, которую умѣстно было бы вывѣсить во всякой школѣ: „учить другихъ чему-либо значитъ показать своимъ ученикамъ, что они должны дѣлать для того, чтобы научиться тому, чему ихъ учать“. По вѣшнему виду—это блѣдная мысль, но въ основѣ ея лежатъ принципы, что ученики должны что-то дѣлать и что они могутъ научиться только тому, что изучать сами, а учителя должны только показывать, что ученикамъ надо дѣлать. Жакото смотритъ на каждаго ученика, какъ на индивидуума, совершенно неприкосновеннаго. Хоть его и наказывай, онъ все таки не научится, даже исполняя ваши требованія. Если показывать, какъ ученикъ долженъ учиться, если ученикъ захочетъ чему научиться, то—научится. Научить танцевать нельзя, когда ученикъ не хочетъ двинуться съ мѣста, рисовать научить тоже нельзя, если ученикъ не желаетъ держать угля, карандаша, кисти въ рукахъ. Можно только показать, какъ рисовать.

Учащему нужно самообученіе и самоусовершенствованіе. Всякій иной путь—насилованное навязываніе ученику чуждаго ему матеріала.

Мечты великихъ педагоговъ выполнялись нѣкоторыми учителями, но по большей части не на основахъ психологии. Въ старину смотрѣли на дѣло такъ, что надо дѣйствовать только на умъ учащихся. Но этого на самомъ дѣлѣ мало; учащіеся должны желать учиться. Откуда же можетъ явиться желаніе къ ученю? При наличности интереса къ изучаемому и при радости, связанной съ извѣстными переживаніями, явится и желаніе учиться. Не одними разсужденіями живутъ люди, а стремленіями, желаніями и поступками. Разсудить необходимо, но

часто мы хорошо поступаемъ, сообразываясь со своими желаніями и потребностями. «Разсуждать-то онъ разсуждаетъ хорошо, а живетъ какъ?» — говоримъ мы иногда о людяхъ, хорошо разсуждающихъ. Въ жизни мы постушаемъ многими изъ того, чему насъ учить разсужденіе.

Современные педагоги стараются занять и заинтересовать все существо ребенка, и онъ будетъ дѣлать не по приказу, а изъ-за радости отъ выполняемаго имъ труда самообученія и самодѣятельности. Превжняя педагогика хотѣла все *навязать* ученику, а теперь она старается о томъ, чтобы онъ поступалъ самъ такъ, какъ онъ долженъ поступать и не могъ бы иначе поступать. Многие благородные педагоги говорятъ: «надо ученикамъ облегчить ихъ трудъ». Но это — только реакція противъ прежней дѣйствительно трудной учебы. На самомъ дѣлѣ надо стремиться къ тому, чтобы ученье было трудомъ, но посильнымъ для учащихся. Нельзя же ребенку дѣлать по 20 верстъ въ день пѣшкомъ; но надо, чтобы онъ ходилъ и двигался. Надо приучать и къ холодной водѣ для гимнастики кровеносныхъ сосудовъ, но опять таки и это надо дѣлать такъ, чтобы оно было посильно. Ученье есть трудъ, и онъ долженъ быть приятенъ, какъ таковой. Долженъ быть отдыхъ, во время котораго ребенокъ можетъ мечтать, что онъ будетъ дѣлать дальше. Трудъ самообученья — самое необходимое условіе ученья. Безъ труда нѣтъ истиннаго ученья!

Если представить себѣ чрезвычайно питательную и легко усвояемую пищу, — ну, какъ бы пилюли, въ которыхъ все есть: и слюна, и сокъ поджелудочной железы и соляная кислота, и бѣлокъ, и жиры въ измельченномъ видѣ. Казалось бы, проглотилъ такую пилюлю и сътъ. Но человекъ на самомъ дѣлѣ умретъ при такомъ питаніи, потому что первое условіе, чтобы соки эти вырабатывались самимъ организмомъ, чтобы поработали зубы, чтобы слюнные железы тоже поработали и чтобы

желудокъ, желчный пузырь, кишечникъ тоже поработали.

Пища умственная должна быть также обработана самимъ учащимся, но собственнымъ ему образомъ, чтобы она была «по его зубамъ». Чтобы онъ самъ испытывалъ соответственные душевные переживанія и при выясненіи своихъ желаній и стремленій и при опредѣленіи цѣли, чтобы онъ разбирался въ путяхъ достиженія и всѣхъ своихъ поступкахъ. Вы хотите научить плавать. Пусть онъ побарахтается въ водѣ, но не кидайте его въ воду безъ его вѣдома, избѣгайте страха предъ вами, покажите, какъ надо плавать и въ случаѣ, если онъ оробѣетъ, протяните ему палецъ или хворостинку, чтобы онъ могъ облегчить свой вѣсъ. Не давайте хватать насъ за пѣю, но не огорчайте его и насмѣшкой.

«Я самъ учитель, сказалъ левторъ, и съ грустью говорю: учениками отъ меня взято очень мало по сравненію съ тѣмъ, что я могъ бы имъ дать. И это потому, что я старался имъ дать больше, чѣмъ надо». Сообщать возможно большее количество свѣдѣній не слѣдуетъ. Если бы каждый зналъ все сообщенное ему на урокахъ и въ книгахъ, то всѣ мы были бы учеными. Остается только то, надъ чѣмъ мы сами работали. Поэтому надо, чтобы ученикъ примѣнялъ свои познанія къ жизни.

Километръ меньше версты. Но на сколько, они должны вычислить сами. Ученикъ долженъ знать размѣры своего дома, своей книги, высокаго дерева въ высоту столько-то футовъ». Да что ему Монбланъ, когда онъ не знаетъ высоты своего дома, не знаетъ собственного вѣса и собственного роста. Пусть узнаетъ это опытомъ, пусть знаетъ, какъ отмѣрить сажень, футъ, аршинъ. Пусть знаетъ, какъ велика длина карандаша, какъ велика высота и поперечникъ стакана, и пусть онъ это знаетъ, благодаря собственнымъ измѣреніямъ.

Подходимъ къ методѣ обученія.

Смѣшиваютъ *методъ* и *метода*. Первый терминъ относится къ наукѣ. Методъ изслѣдованія, который вырабатывается учеными и, по своей сложности, онъ никъ гда не заканчивается, а все расширяется, какъ, напр., физическіе и химическіе методы изслѣдованія.

Метода обученія—другое. Берется вопросъ, изучается его содержаніе, его доступность для ученика, выбирается руководящее начало обученія, къ которому прилагается остальное. Хочу научиться играть на рояли и, за неимѣніемъ его, привѣшиваю на крючекъ 5 резиновыхъ лентъ съ кольцами, въ которыя вдѣну пальцы и, беззвучно, буду разыгрывать пьесы. Музыкантъ, увидя такую игру, сказалъ бы, что болѣе глупой игры нѣтъ на свѣтѣ. Для игры на фортепіано нуженъ прежде всего музыкальный слухъ, а тутъ нѣтъ и звуковъ. Метода избрана нецѣлесообразная, потому что въ основу положенъ нелѣпный принципъ, будто игра на рояли есть только перебираніе клавишей пальцами. Музыка имѣетъ свою теорію, преслѣдуетъ свои цѣли, и на этомъ построены методы обученія музыкѣ. И здѣсь является необходимость руководящей идеи въ методѣ изученія музыки.

Можетъ быть, нужна не одна руководящая идея, а нѣсколько, но онѣ не должны противорѣчить одна другой. Чему учащійся хочетъ учиться, тому онъ и учится надлежащимъ образомъ. Это первый принципъ. Отъ простаго надо переходить къ сложному, а не обратно—есть другая руководящая идея, тоже психологическая. Далѣе идутъ идеи: нравственная, общественная. Эти двѣ послѣднія идеи могутъ расходиться между собою: вражда есть зло, съ одной стороны, а иногда, съ общественной точки зрѣнія, она необходима. Черная руководящая идея изъ психологіи, изъ нравственныхъ и общественныхъ идеаловъ, мы ставимъ себѣ вопросъ, чего мы хотимъ достигнуть въ обученіи.

„Въ 1888 году я назвалъ наиболѣе подходящую, по моему мнѣнію, методу обученія математикѣ—*методомъ цѣлесообразныхъ задачъ*, и къ этой методѣ я пришелъ, изучая своихъ предшественниковъ—мечтателей. Прежде всего—задача; отъ задачи надо исходить, а не отъ теорій, на задачахъ учить и задачами заканчивать. Попутно будетъ дана и теорія. Но каковы должны быть задачи?“

Лекція VI.

Метода обученія математикѣ, руководясь вообще психологическими и нравственными условіями обученія, должна приводить къ тому, чтобы ученье шло чисто органически, чтобы ничто не навязывалось насильно. «Навязанное не привязано. Нравственно мы и не имѣемъ права навязывать что либо человѣку, который при этомъ не можетъ сопротивляться нашему надъ нимъ насилію. Это противорѣчитъ человѣческимъ идеаламъ», замѣтилъ лекторъ.

Удовлетворяя педагогической идеѣ, надо разбираться въ средствахъ обученія. Цѣль никогда не оправдываетъ средствъ,—особенно это нежелательно при обученіи и воспитаніи. Цѣль обученія высокая, и средства должны ей отвѣчать. Цѣль воспитанія изъ ребенка человѣка, члена общества, гражданина,—такъ высока, что не отдавать себѣ отчета въ ея святости мы не можемъ.

Каковы бы ни были общественныя требованія, обученіе должно быть таково, чтобы оно не противорѣчило высшимъ общественно-нравственнымъ цѣлямъ. Населеніе, хотя и темное, конечно, имѣетъ право на уваженіе къ его взглядамъ на обученіе. Хотя часто среда, къ сожалѣнію, и ниже школы, но приходится считаться съ тѣмъ, что крестьянскій мальчикъ можетъ услышать въ семьѣ: «и чему васъ тамъ только учать?». Именно для пользы дѣла надо съ этимъ считаться. «Ну-ка, скажи,

сколько будетъ два рубля съ четвертакомъ, да рубль безъ четвертака?»—спрашиваетъ отецъ сына, а сынъ его учился рѣшать задачи на бассейнахъ. Учитель долженъ вести дѣло такъ, чтобы родители ему довѣрили и чтобы поводовъ для осужденія было поменьше. Задачи должны быть и цѣлесообразны, и жизненны.

Въ чемъ же состоитъ метода цѣлесообразныхъ задачъ?

Въ томъ, что учащагося учать рѣшать цѣлесообразныя задачи, а не по книгамъ, и не наизусть, и не излишнимъ вещамъ. Начинается дѣло съ задачъ и все время на нихъ приобретаются и правила, и навыки, и такъ называемая «теорія». Задачи изъ жизни дѣтской, изъ жизни семьи, изъ жизни села, изъ жизни сельскохозяйственной, изъ области научнаго, но доступнаго знанія. Поднявшись въ познаніяхъ выше прежняго, ученикъ снова долженъ вернуться на землю, работаетъ, снова поднимается по лѣстницѣ отвлеченной мысли, снова опускается на землю, уподобляясь Антею, который долженъ былъ коснуться земли, чтобы набраться силъ для борьбы, и былъ побѣжденъ только тогда, когда былъ поднятъ на воздухъ и коснулся матери-земли ужъ не могъ. И мы должны держать учениковъ на землѣ, а не замораживать ихъ на холодныхъ высотахъ недоступной имъ отвлеченной мысли, чтобы они не были побѣждены въ борьбѣ за истинное знаніе. Уча математикѣ, мы должны *воспитывать* отвлеченную мысль учащихся, но только постепенно и осторожно. Для чего имъ знать разстояніе отъ земли до солнца? Но пусть ихъ рассчитаютъ по землѣ, сколько надо было бы ѣхать до солнца, если бы такая поѣздка была возможна; ученикъ тогда начинаетъ постигать непостижимость этого разстоянія. Стоя на задачахъ, мы не рискуемъ сдѣлать кругозоръ его узкимъ. Наоборотъ: благодаря цѣлесообразнымъ задачамъ, кругозоръ можетъ дѣлаться все шире и шире.

Съ психологической точки зрѣнія эта метода оправ-

дывается самымъ цикломъ душевныхъ переживаній, свойственнымъ всякому человѣку: отъ чувственныхъ воспріятій человѣкъ идетъ къ представленіямъ, отъ представленій къ понятіямъ и навыкамъ, причемъ весь путь знанія и умѣнія долженъ окрашиваться желаніями, стремленіями, радостями, поступками и связаннымъ съ ними интересомъ къ дѣлу. Ученикъ долженъ умѣть различать условія задачи («рассказъ») отъ самой задачи. Изъ «рассказа» онъ долженъ умѣть сочинять задачу, изображать ее. «Я купилъ три аршина сукна по 5-ти руб. за аршинъ и 2 аршина колленору по 12 коп.»—Это только рассказъ, а не задача, ибо неизвѣстно, что требуется вычислить.

Истинную методу обученія охарактеризовалъ Жанъ Масэ, французъ, бывшій народный учитель, создавшій во Франціи институтъ подвижныхъ библіотекъ и другихъ просвѣтительныхъ учрежденій. Начавъ съ работы народнаго учителя, онъ добрался до поста министра народнаго просвѣщенія, но однако писалъ одному уважаемому русскому педагогу: «Мы, народные учителя...» Онъ охарактеризовалъ истинную методу обученія приблизительно такъ:

„Первый человѣкъ, изучавшій арифметику, занимался не по книгамъ, а по задачамъ, изъ трудности которыхъ выходилъ побѣдителемъ, пустивъ въ ходъ всѣ пружины своего ума. Истинная метода обученія и заключается въ томъ, чтобы повторить то, что дѣлалъ первый человѣкъ для своего математическаго самообразованія. «Ученикъ долженъ присутствовать при изобрѣтеніи арифметики», говорилъ Масэ.

Но теперь эта формула уже не достаточна.

„Ученикъ долженъ не присутствовать при изобрѣтеніи математики,—говорятъ сторонники реформы,—а изобрѣтать математику“.

Въ этомъ психологическія основанія методы. Не числа

изучать, не доказательства теоремъ, не тексты изъ учебника арифметики выучивать наизусть, а рѣшать задачи надо по этой методѣ, но задачи непременно цѣлесообразныя. Человѣкъ такъ устроенъ, что, если ему сказать что-либо въ утвердительномъ смыслѣ, то онъ не даетъ реакціи, а для появленія таковой лучше *вопросительная форма* обращенія къ нему. И общеніе на лекціяхъ было бы лучше такое, но оно не выработано и не всегда примѣнимо. Къ вопрошающей формѣ и прибѣгаютъ ораторы. Извѣстный Цицеронъ свою знаменитую рѣчь начинаетъ съ вопроса: „Доколы же, Катилина, ты будешь злоупотреблять нашимъ терпѣніемъ?“ Вопросъ возбуждаетъ больше вниманія, чѣмъ изложеніе.

Итакъ, предполагается изобрѣтеніе, а не воспріятія готовыхъ идей при изученіи арифметики. Задачи должны быть понимаемы въ самомъ широкомъ смыслѣ. Онѣ возможны и на наглядныхъ пособіяхъ и на рисункахъ, и въ области внѣшкольныхъ предметовъ, ежедневнаго обихода, могутъ относиться и до самыхъ обыденныхъ и до самыхъ отдаленныхъ, и до именованныхъ, и до отвлеченныхъ чиселъ. ■

Съ нравственной точки зрѣнія метода цѣлесообразныхъ задачъ, конечно, обсужденію не подлежитъ. Правда, *выводы не навязываются*, но всетаки можно возразить, что предлагая задачу, мы ученикамъ тоже что-то навязываемъ. „А что будетъ, если ученики не захотятъ рѣшать задачи?“ спроситъ сомнѣвающийся въ пригодности ненавязыванія. „Не хотятъ и ненужно: значить задача не цѣлесообразна, или все обученіе никуда не годится“—отвѣчу я. Пусть ученики сами предложатъ свою задачу. Но все таки что-то въ такомъ случаѣ не хорошо. Чего-то предварительно не было сдѣлано. Встала стѣна между учителемъ и учениками, а ея не должно быть. Вѣдь это члены одной группы, только организующіе разную свою работу. «Гг! Нѣтъ на свѣтѣ воспи-

танія дѣтей, а есть взаимное воспитаніе. Отецъ и мать, воспитывающіе своихъ дѣтей, но не воспитывающіе при этомъ самихъ себя, не достойны того счастья, чтобы воспитывать своихъ дѣтей. Воспитаніе—обоюдный процессъ и активенъ онъ не съ одной только стороны. Въ последнемъ случаѣ будетъ либо только дрессировка, которую производятъ только злые люди, либо вредное рабство. Обученія дѣтей нѣтъ, или, вѣрнѣе, не должно быть. Обученіе тоже взаимно. Вы спросите меня, какъ-же это я читаю лекціи? Я понимаю упрекъ этотъ, но вѣдь я не навязываю вамъ, а только знакомлю со взглядами сторонниковъ реформы,—съ тѣмъ, что знаю. Примете вы это, или нѣтъ,—ваше дѣло. Мы можемъ вступать съ вами въ споръ, и тогда мы были бы въ совершенно равныхъ условіяхъ по высказыванію своихъ взглядовъ, но физически это невозможно. Я не учитель вашъ, а только товарищъ, имѣвшій больше возможности и досуга заниматься этими вопросами. Воспитаніе и обученіе—обоюдные процессы и таковыми они должны быть.»—закончилъ лекторъ.

Если есть при обученіи оттѣнокъ навязыванія, то это зависитъ, при дурной методѣ, отъ самой методы, а при хорошей—только отъ учителя и его дурныхъ привычекъ, отъ его самолюбія.

Съ точекъ зрѣнія образовательной, воспитательной и практической, метода цѣлесообразныхъ задачъ даетъ возможность выработать представленія, понятія, сужденія, стремленія; даетъ учащимся радости, даетъ имъ возможность приобрести навыки, чего нѣтъ въ книжной методѣ. Въ послѣдней есть только горе возбуриванія и боязнь наказанія.

Съ общественной точки зрѣнія дѣло представляется въ такомъ видѣ: населенію нужны поскорѣе результаты обученія. Всякія отвлеченности ему чужды. Пусть же ученикъ научится дѣлать житейскіе расчеты, и это не

будеть противорѣчить ни образовательной, ни другимъ цѣлямъ обученія, а наоборотъ—имъ соответствовать, и это,—по методѣ цѣлесообразныхъ задачъ, вполне достижимо.

Эта метода, стало быть, выдерживаетъ критику, но какъ ее провести?

Лекторъ рекомендуетъ читать книги главнымъ образомъ для самообразованія, но и не отвергалъ такихъ книгъ, которыя слушатели и слушательницы считаютъ для себя подходящими. „Я пропагандирую только идеи“, сказалъ лекторъ. А задачи можно давать и по Евтушевскому, и по Арженикову, и по Шохорь-Троцкому. Метода не есть задачникъ. Учитель создаетъ маленькіе, временные, измѣняющіеся приемы, а методы мѣняются только вѣками.

Метода Грубе появилась въ 1842 году, но теперь она отвергнута. Противъ нея въ 1875 г. писалъ Л. Н. Толстой въ «Отечественныхъ Запискахъ», позднѣе Гольденбергъ, Мартыновъ, Шохорь-Троцкий и др.

Новѣйшіе авторы на поприщѣ методики арифметики (Аржениковъ, Беллюстинъ и ранѣе ихъ Вишневицкій) только примкнули къ противникамъ метода изученія чиселъ. Надо отмѣтить, что въ 1907 г. появилась въ свѣтъ книга нѣмецкаго педагога Лайя «Руководство къ обученію арифметикѣ» (пер. Волковскаго). У Лайя громадные заслуги въ экспериментальномъ методѣ изслѣдованія наглядныхъ пособій, и не можетъ остаться незамѣченнымъ это новое его выступленіе. Но онъ возвращаетъ насъ къ методѣ Грубе. Вотъ какъ живучи методы!

Прежде учились математикѣ, выучивая учебники наизусть, но и теперь эта „метода“ еще не сдана въ архивъ. Впослѣдствіи ученики отвѣчали то, что имъ навистывали учитель и архимеды изъ товарищей, и учились повторять ихъ слова. Это уже шагъ впередъ, потому что ученики повторяли все-таки живое слово.

Дальше пошло лучше: появились наглядныя пособія—готовыя, въ магазинахъ. Затѣмъ появилась лабораторная метода и ручной трудъ при занятіяхъ арифметикой, и объ этомъ мы будемъ говорить дальше.

Лекція VII.

Метода цѣлесообразныхъ задачъ допускаетъ возможность считаться со всеми требованіями дѣтской природы. Можно избѣгнуть переутомленія вниманія и нарушенія функций организма. Ребенокъ—не лошадь и не долженъ быть дрессированъ. Кто-то сказалъ, что лошадь можно привести къ водопою, но нельзя заставить пить, а человѣкъ, къ сожалѣнію, подъ страхомъ наказанія можетъ выпить и ненужную ему воду. Воспитатель это долженъ имѣть въ виду, а также и то, что толку отъ насилія надъ дѣтьми, да и вообще отъ насилія, не бываетъ.

Условія примѣненія метода цѣлесообразныхъ задачъ слѣдующія.

Полная самодѣтельность, но не такая, какава практиковалась встарину, когда заставляли выучивать „вотъ это“ наизусть. Тутъ будто бы тоже есть самодѣтельность, потому что ученику никто не помогаетъ. Тогда говорили: «не понимаетъ теперь, такъ потомъ пойметъ». Но это самодѣтельность лошади, которой тоже никто не помогаетъ везти тяжело нагруженный возъ.

Память создана такимъ образомъ, что удерживаетъ преимущественно то, что примѣняется и что пригодно, съ чѣмъ связаны какія либо чувствованія. Самодѣтельность выражалась встарину въ работѣ словесной памяти, въ сужденіи и разсужденіи. Но теперь думаютъ, что это только одна и не самая важная дѣятельность, а главное—наблюдательность, своевременность опыта и перемѣна условій опыта: „попробую и такъ и эдакъ“, и т. п. Всѣ высшіе органы чувствъ должны принимать участіе въ

этихъ занятіяхъ, и тутъ могутъ вскрыться обстоятельства, указывающія, что ученикъ нуждается въ особой заботѣ. Напр., учащійся плохо слушаетъ, не скоро реагируетъ на вашу рѣчь, его собственная рѣчь нѣсколько затруднена и оказывается, что у него признаки неполадковъ въ носоглоточной части, носъ заложенъ, кровь недостаточно, можетъ быть, окисляется воздухомъ и послѣдній поступаетъ въ легкія непрофильтрованнымъ, прямо черезъ ротъ. Ему не занятія сейчасъ нужны, а операція. Тоже съ зрѣніемъ. А невнимательный учитель записываетъ учащагося въ разрядъ идіотовъ.

Есть у человѣка чувство мышечное. Животныя обязаны ему умѣньемъ бѣгать, прыгать и производить всѣ движенія, а человѣкъ и всѣми ремеслами, искусствами и цѣлою массою познаній и навыковъ. Когда художникъ рисуетъ, малѣйшій излишекъ нажима кисти мѣняетъ картину. Въ игрѣ скрипача чудная мелодія, вслѣдствіе невѣрнаго положенія или нажатія пальца, гибнетъ. Эти движенія зависятъ отъ мышечнаго чувства. Рядомъ съ развитіемъ послѣдняго развиваются благородные элементы нервной ткани головного мозга. Послѣдній, развиваясь, даетъ въ свою очередь развиваться мускульному чувству до большаго или меньшаго совершенства. Для преподаванія математики это чувство имѣетъ величайшее значеніе. Глухослѣпорожденные еще могутъ учиться говорить и писать благодаря своему мускульному чувству; потеря же мускульнаго чувства—потеря духовной жизни: открыты глаза, уши, но человѣкъ уже не живеть.

Рука состоитъ изъ 27 костей, 40 мышцъ, приводимыхъ въ движеніе произвольно. Съ каждымъ шагомъ является 20 сгибательныхъ и 15 разгибательныхъ движеній при 20 мышечныхъ группахъ. Ребенокъ съ каждымъ шагомъ овладѣваетъ ими, съ этимъ развиваются элементы мозга, командующіе этими движеніями. Дви-

гательная способность и духовное развитіе идутъ рука объ руку. Сидящій смирно рискуетъ потерять и въ духовномъ своемъ развитіи, являясь какъ бы ржавѣющимъ механизмомъ, обреченнымъ только на существованіе—безъ дѣятельности.

Если бы посчитать всѣ связанныя съ движеніемъ проявленія нервной системы, то явленія сознанія представлять собою только маленькую ихъ часть. (См. Лай.—Экспериментальная дидактика).

Сторонники реформы полагаютъ самодѣятельность не только въ области сознанія, но и въ большомъ количествѣ цѣлесообразныхъ процессовъ. Не задачи о курсахъ и бассейнахъ съ кранами, сопровождаемыми только усталостью мозга учащихся и притупленіемъ ихъ впечатлительности, когда на эти задачи учителя молятся и когда онѣ предлагаются не во-время, не такія задачи долженъ рѣшать учащійся, а тѣ цѣлесообразныя,—которыя встрѣчаются ему уже въ жизни и будутъ встрѣчаться всю жизнь.

Онъ долженъ изготовлять масштабы, линейки, чертежи, долженъ рисовать; все это цѣлесообразно и открываетъ поприще для самодѣятельности въ широкомъ смыслѣ этого слова. Побольше воспріятій, побольше надежащихъ стремленій, поступковъ: тогда полнѣе и самодѣятельность сознанія. Не одинъ умъ, а вся, если можно такъ выразиться, физика и психика ребенка должны участвовать въ ученіи.

Но, если бы намъ, ни съ того, ни съ сего, пришло въ голову бесѣдовать съ дѣтьми о карманныхъ часахъ, то ребенокъ ничего не пойметъ, если онъ не знаетъ ни пружины, ни свойства зубчатыхъ колесъ, ни того, что такое угловая скорость и пр. Нужна соответствующая данной ступени простота учебнаго матеріала, но не легкость его.

Что это такое—«ступень обученія?» Какъ понимать постепенность?

Раздѣленіе курса на ступени въ высшей степени серьезное дѣло, и надо объ этомъ имѣть конкретное представленіе. Но этого мало. Самодѣятельность ребенка возможна чаще всего тогда, когда простота изучаемаго опирается на наглядное, на чувственное. Дѣти болѣе, чѣмъ старшіе, живутъ въ сферѣ чувственныхъ воспріятій и соответствующихъ представленій. Не только свѣтскіе педагоги, но даже многіе отцы церкви, напр., Климентъ Александрийскій и Іоаннъ Златоустъ, считали необходимыми наглядность ви́шнюю и внутреннюю, предполагаемая послѣднюю въ работѣ творческой фантазіи своей паствы. Еще великій Сократъ училъ самымъ деликатнымъ истинамъ познанія добра при помощи конкретныхъ представленій. Божественный учитель училъ народъ нагляднымъ образомъ самой отвлеченной наукѣ—религии. Не только притчи и басни, а „вотъ гора“, «вотъ дитя» и т. п.

И намъ, учителямъ математики, какъ отрасли естествознанія, тоже надо давать ученикамъ конкретный, иногда даже, такъ сказать, грубый матеріалъ, который облагородится ученьемъ, а не навязанными учащемуся отвлеченностями.

По средневѣковымъ понятіямъ, современная химія казалась бы мытьемъ посуды, переливаніемъ жидкостей, такъ какъ средневѣковье на философію природы смотрѣло иными глазами, чѣмъ мы. До философіи химіи можно теперь добраться, только изучивъ факты химіи. А средневѣковье во главу угла ставило именно, и ранѣе всего, философію, остальное же только подгонялось подъ ту или другую философскую схему.

Математика, какъ учебный предметъ, можетъ сначала имѣть дѣло съ самыми простыми вещами: съ картофелинами, листьями жести, кускомъ глины, кусками бума-

ги, деревянными палочками, и т. п. Но что общаго между этими грубыми вещами и электронами, между этими предметами и отвлеченными понятіями физики, химіи и математики, изучающихъ, однако, самыя обыкновенныя тѣла природы? Общее у нихъ—стремленіе къ познанію природы, и на всякой ступени для этого существуютъ свои приемы, свои методы.

Природа не допускаетъ приказаній. Несчастье авиаторовъ, что, еще не изучивъ законовъ движенія тѣлъ болѣе тяжелыхъ, чѣмъ воздухъ, въ его средѣ, человѣкъ уже рѣшается на эти движенія и—платится за эту смѣлость иногда жизнью. Но дѣлать нечего: для того, чтобы все предвидѣть, авіаціи приходится, какъ и всякому искусству и всякой наукѣ, идти путемъ опыта, идущаго рядомъ съ теоріей и чаще всего ей предшествующаго. Если мы будемъ не внимательны къ природѣ дѣтей, то дѣло наше, дѣло воспитанія и обученія, будетъ почти всегда проиграно.

Наглядность, конкретность простого учебнаго матеріала для обученія математикѣ необходима.

Вернемся къ тому, что нынѣ поддается болѣе или менѣе объективному изученію, а именно къ вопросу о томъ, что на какой ступени умѣстно.

Раздѣленіе курса на ступени необходимо, чтобы ясно была видна психологическая постепенность курса, для чего надо устанавливать ее независимо отъ приказаній учебниковъ, систематизирующихъ, а не методизирующихъ учебный матеріалъ. Съ охарактеризованными выше тремя условіями самодѣятельности учащихся (простота учебнаго матеріала, наглядность приѣмовъ обученія и самодѣятельность учащихся) связана еще неумѣстность раздѣленія математики на „стойла“ (выраженіе извѣстнаго педагога-математика Д. В. Рейтмана): арифметика, алгебра, геометрія и т. д., раздѣленіе ея отдѣловъ—непроницаемыми стѣнками.

Ни отдѣльной арифметики, ни отдѣльной геометріи, ни отдѣльной алгебры не должно быть въ курсѣ начальной математики. Это принципъ взаимнаго переплетенія математическихъ интересовъ разнаго порядка. Какъ въ жизни, такъ и въ ученіи!

Теперь ближайшая задача—итти къ конкретному вопросу: 1) какъ распредѣлить курсъ на ступени и 2) какъ учить?

Еще Дистервегъ написалъ маленькую книжку, за которую его очень бранили г.г. официальные инспектора училищъ и другіе бюрократы-педагоги, не одобряя фельетоннаго характера ея изложенія. Заглавіе ея: „Шесть правилъ о томъ, какъ не надо учить арифметику“. Но, къ сожалѣнію, правила эти соблюдаются и доселѣ, не только у насъ, но и за границей. Тамъ тоже повсюду обученіе идетъ не совсѣмъ ладно.

Одно, напр., изъ такихъ правилъ:

Числа должны быть такія большія, какихъ нигдѣ нѣтъ, и какія есть только въ арифметическихъ задачникахъ. А также—такія задачи на именованные числа, гдѣ говорится о 41 пудѣ 18 фунтахъ 2 золотн. и 48 доляхъ, какъ будто есть такія вещества, которыя взвѣшиваются съ такою точностью. Для муки 48 долей рядомъ съ 41 пудомъ нелѣпность, а для золота 41 пудъ—слишкомъ значительное количество по сравненію съ обычно встрѣчающимися въ жизни количествами золота.

Лекція VIII.

О постепенности курса мечтали многіе педагоги, что вполне естественно. Какъ питаніе съ рожденія ребенка идетъ постепенно отъ молока матери, прикармливанія до перехода къ болѣе грубой пищѣ, такъ и воспитаніе и обученіе должны имѣть свои ступени, о которыхъ го-

ворилъ и на необходимости которыхъ настаивалъ особенно Дистервегъ *).

Въ 1842 году нѣмецкій педагогъ Грубе создалъ методу изученія чиселъ изъ принципа, что числа суть матеріалъ, который надо изучить прежде всего. И тогда эта точка зрѣнія уже не удовлетворяла требованіямъ психологій. Но она привилась въ западно-европейской школѣ. Теперь было бы невѣрно сказать: простія тѣла составляютъ матеріалъ, изъ котораго состоятъ всѣ тѣла природы, а потому давайте ихъ изучать. Но какъ изучать? Въ этомъ весь вопросъ. Надо же добавить: каждое отдѣльно отъ другихъ или въ ихъ взаимодействіяхъ? Напр., возьмемъ мѣдъ съ химической точки зрѣнія: ея свойства раскрываются отъ взаимодействія съ другими веществами, ее можно изучить только въ процессахъ, съ нею связанныхъ.

У самого Грубе числа 1, 2, 3... изучаются, и каждое число—отдѣльная ступень. Но это только логично, а психологій здѣсь совсѣмъ непрічемъ. 27 и 23 имѣютъ разныя свойства, но 23 ничуть не проще, чѣмъ 27. Вотъ изученіе, напр., числа 7: $7=1+1+1+1+1+1+1$; $7=2+1+1+1+1+1+1$; $7=2+2+1+1+1+1$; $7=3+1+1+1+1$ и т. д. А если взять 27 для подобнаго изученія, то уже насъ возьметъ тоска.

Притомъ Грубе не принялъ во вниманіе, что трудность изученія числа не всегда зависитъ отъ величины его и что, напр., 60 легче, чѣмъ 57. По цѣлымъ часамъ писать эти строчки для учениковъ тяжело и болѣе вредно, чѣмъ полезно.

Возникла эта метода изъ національныхъ потребностей. Нѣмецкое государственное и общественное устройство

*) На методахъ обученія арифметикѣ до—Песталоцціевскаго періода лекторъ не останавливается: онъ основывался преимущественно на выучиваніи арифметическихъ правилъ наизусть.

требовало созданія массы школъ прежде всего для подготовки солдатъ и гражданъ мечтавшей объ объединеніи Германіи. Цѣль почтенная, потому что Германія терпѣла пораженія отъ внѣшнихъ враговъ и разныхъ мѣстныхъ „патріотизмовъ“. Дисциплина должна была проходить, проходила, да и нынче проходить красною нитью черезъ всю нѣмецкую школу. Янъ, творецъ гимнастическихкихъ союзовъ, когда съ ребятами проходилъ мимо бранденбургскихъ воротъ въ Берлинѣ, давалъ пощечину одному изъ мальчиковъ, чтобы тотъ помнилъ, что бронзовыхъ коней, украшавшихъ эти ворота, увезъ Наполеонъ, чтобы онъ помнилъ, что они должны быть возвращены Пруссіи.

Изученіе чиселъ служило для дисциплинированія учениковъ, и оно было изобрѣтено совершенно инстинктивно нѣмцемъ Грубе.

Арифметика научаетъ производить четыре дѣйствія, а не изучаетъ числа. Последнія являются только отъ счета и отъ дѣйствія надъ числами, и не числа. а дѣйствія надъ ними занимаютъ арифметику.

Л. Н. Толстой однажды посетилъ школу, въ которой былъ очень прославившійся учитель: Вопр. $8+7?$ Отв. 15.—Почему? Отв. $8+8=16$, одинъ отнять, будутъ 15. Учитель: «Мы еще не изучали числа 16, и ты не смѣешь говорить $8+8=16$ ».

Грубая психологическая ошибка! Дѣти раньше знаютъ суммы равныхъ чиселъ, чѣмъ суммы разныхъ чиселъ. Да и вообще легче запомнить повторяемые слова, чѣмъ разные. Напр., имя, отчество и фамилія Ив. Ив. Иванова легче запомнить, чѣмъ Козьму Памфиловича Митрофанова; последнее сочетание—трудная задача для памяти. Хорошая вещь—метода, но еще лучшая—здравый смыслъ, а метода монографическаго изученія чиселъ, требующая, чтобы $7+8$ вычислялось непременно такъ,

а не иначе—не выдерживаетъ также критики здраваго смысла.

Математика изучаетъ процессы и измѣненія въ области чиселъ, а не самыя числа. Мы знаемъ мѣдъ по явленіямъ, съ нею происходящимъ, и по ея отношеніямъ къ другимъ веществамъ, а не взятую самою по себѣ. Мы должны начинать съ дѣйствій надъ наглядными пособиями, а не съ изученія числа.

Въ Россіи разочаровались ранѣе въ описанной методѣ и практичѣе посмотрѣли на арифметику, чѣмъ въ Германіи, потому что у насъ учебныхъ дней въ году 120—125, и дѣти позже поступаютъ въ школу, и потому, что у насъ миллионы крестьянъ, не стремящихся къ объединенію небольшихъ государственныхъ организмовъ, на какіе организмы распалась Германія середины XIX вѣка.

Книги Евтушевскаго, появившіяся въ свѣтъ въ 70-хъ годахъ, составлены по нѣмецкимъ идеямъ сороковыхъ годовъ. Но Германія ушла за это время впередъ, а мы остались на своемъ мѣстѣ.

Въ срединѣ 80-хъ годовъ появилась книга досточимаго Ал. Ив. Гольденберга. Тамъ 3 ступени: 1) отъ 1 до 10, 2) арифметика круглыхъ десятковъ и 3) многозначныя числа. По этому пути пошли и его подражатели. Но и это раздѣленіе на ступени оказывается неудовлетворительнымъ и съ психологической точки зрѣнія. Въ первомъ десяткѣ учениками совершаются на самомъ дѣлѣ только два дѣйствія: сложеніе и вычитаніе, потому что слишкомъ малы числа, и здѣсь дѣтямъ труднѣе уяснить себѣ разницу между сложениемъ и умножениемъ, между вычитаніемъ и дѣленіемъ. Вы хотите, чтобы ученики умножали, а они все будутъ складывать. У Мольера мѣщанинъ въ дворянствѣ удивляется, что онъ всю жизнь говорилъ „привой“. Ученикъ удивляется, когда ему говорятъ, что онъ

сдѣлалъ дѣленіе, когда онъ высчиталъ, сколько стоитъ калачъ, когда за два калача заплатилъ 8 коп. Ему кажется, что калачъ стоитъ 4 коп. потому, что $4 \text{ да } 4$ будетъ 8. Это мы, учителя, говоримъ, будто мы сдѣлали дѣленіе, а ребенокъ въ 1-мъ десяткѣ всегда складываетъ. Мы внушаемъ ему термины, а онъ не понимаетъ, для чего это. Это подобно слѣдующему,—замѣчаетъ лекторъ: я спрашиваю, какое число, будучи умножено само на себя, даетъ 36? Вы отвѣчаете: 6. А какое дѣйствіе вы сдѣлали? Вы отвѣчаете: шестью-шесть 36. А я вамъ скажу, что вы сдѣлали *извлечение квадратнаго корня*. Но бы будете правы, утверждая, что я ошибаюсь.

Лекторъ выясняетъ при этомъ, что извлечение квадратнаго корня изъ цѣлаго числа, какъ дѣйствіе, на самомъ дѣлѣ примѣняется только къ цѣлымъ числамъ, которыя либо больше ста, либо къ числамъ, не представляющимъ собою полныхъ квадратовъ.

Дикари, неумѣющіе считать дальше 6, прекрасно дѣлятъ на части предметы своего обихода, добычу и пр., но остальныхъ дѣйствій не знаютъ. Въсѣтъ со счетомъ появляются 4 дѣйствія надъ цѣлыми числами; между тѣмъ, какъ половины и четверти извѣстны ранѣе.

Въ египетскихъ папирусахъ находили цѣлое ученіе о дробяхъ, въ нихъ всякую дробь разлагали на сумму разныхъ долей, но 4-хъ дѣйствій надъ цѣлыми числами, въ современномъ ихъ видѣ, египтяне не производили. Даже много времени спустя, арифметическія дѣйствія производились не такъ, какъ теперь, а съ чрезвычайными затрудненіями.

Такое раздѣленіе курса на ступени, при которомъ все время изучаются 4 дѣйствія только надъ цѣлыми числами, а потомъ—уже дѣйствія надъ дробями, поэтому, вообще невѣрно съ психологической точки зрѣнія. Если ученикъ умѣетъ 18 раздѣлить на 3 и не знаетъ, что 6 составляетъ одну треть 18, умѣетъ раздѣлить 24 на 6

и не знаетъ, что 6 есть одна четверть 24-хъ, то онъ не знаетъ самаго важнаго, не знаетъ, *что такое доля* цѣлаго, и не знаетъ, что дѣленіемъ на извѣстное число одинаковыхъ частей преслѣуется именно отысканіе этихъ частей. Дѣленіе на извѣстное число одинаковыхъ частей и понятіе о доляхъ неразрывны психологически.

Лекція IX.

Во всякой школѣ, гдѣ учатъ математикѣ, должны быть и математическіе инструменты и лабораторія, хотя бы очень дешовыя. Лекторъ назвалъ нѣкоторые необходимыя матеріалы: «спички», вязальная бумага для связыванія спичекъ десятками, облатки для склеиванія бумаги, которыя можно раздѣлять, кусокъ сургуча, цвѣтныя облатки для арифметической игры, кусокъ прозрачнаго глицериноваго мыла для вырѣзыванія различныхъ геометрическихъ тѣлъ (при чемъ и заднія грани ихъ видны), мягкая мѣдная проволока, кнопки, коробочка съ тинолемъ для паянія безъ паяльной трубки, кусокъ жести, картонъ, бѣлая и цвѣтная бумага, оловяная бумага (станіоль) для изготовленія дѣтскими разновѣса, двѣ вязальныя спицы для образованія изъ нихъ угла посредствомъ спайки тинолемъ, картофель, глина для лѣпки (лучше т. наз. «пластилинъ») и т. п. Изъ инструментовъ названы: ножъ, ножницы, плоскогубцы, острогубцы; изъ измѣрительныхъ приборовъ: масштабы, вѣсы съ разновѣсомъ.

Вотъ несложная лабораторія, которая достаточна для проведенія такъ наз. лабораторной методы въ занятіяхъ начальной математики. Учитель, собирая подходящія вещи, сознательно дѣлается своего рода Плюшкинымъ. Дѣти изъ бумаги сами могутъ сдѣлать себѣ золотникъ и лотъ, сами позаботятся, чтобы скопить бумаги и на дѣлать себѣ еще лотовъ, и вотъ радость, когда накопятъ

до 1 фунта. Здесь можно ознакомиться и с долей, и с тем, как ее получить. Кроме того разнообразно можно дѣлать также из проволоки, отрезая от нея кусочки и подгоняя къ вѣсу. Здесь усваивается, что такой то толщины проволока вѣситъ при такой то длинѣ одинъ золотникъ. Коробки и коробочки представляютъ прамодрагоценные предметы. Прежде всего это параллелепипеды различной длины, ширины и высоты. Укладка въ нихъ тѣхъ или другихъ предметовъ вызываетъ размышленіе, и надо знать размѣры укладываемыхъ вещей, чтобы найти подходящую коробку. Здесь умѣстно знакомить съ метрической (десятичною) мѣрою, о введеніи которой въ русскую жизнь мечтали и продолжаютъ мечтать представители науки промышленности и торговли. Теперь уже начинаютъ ихъ примѣнять, и даже рабочіе передѣлали названіе миллиметръ *) на болѣе подходящее для русскаго уха «маломѣръ», а сантиметръ на «сотомѣръ». Закрайны картонныхъ коробокъ могутъ служить вмѣсто линейки, а также — циркуля. Съ помощью ихъ можно вычерчивать орнаменты, напр., 6-ти или 12-ти лепестную розетку, которыми дѣти съ удовольствіемъ будутъ украшать заборы.

Изъ жести можно отрезать полосу шириною въ 1", отложивъ отъ краевъ поровну, по 1", и проведя предварительно черту, а затѣмъ полосу разрѣзать на части по 1" длины. Получится квадратный дюймъ, который будетъ играть серьезную роль. Съ помощью вѣсовъ можно тогда опредѣлить площадь всякой фигуры. Здесь математика зачастую не пособитъ, а вѣсъ покажетъ. Какъ бы опредѣлить вѣсъ круга. Кругъ больше, если больше радиусъ, стало бытъ радиусъ имѣетъ большое значеніе въ опредѣленіи площади круга. Построимъ квад-

*) Представленіе о миллиметрѣ легче удерживается въ памяти, если сказать дѣтямъ, что спичка имѣетъ въ толщину 2 миллиметра.

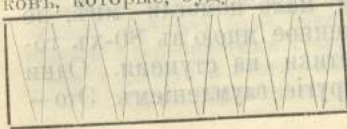
ратъ на радиусъ и взвѣсимъ. Сколько въ вырѣзанномъ кругѣ будетъ такихъ квадратовъ. Какъ будто 3 слишкомъ. Возьмемъ другой кругъ съ инымъ размѣромъ радиуса и продѣлаемъ тоже. Опять 3 слишкомъ. Сколько бы ни пробовали разныхъ круговъ, все выходитъ такъ. При помощи этой лабораторіи получается формула, по которой площадь круга $= \pi R^2$, обыкновенно легко и скоро забываемая.

Черченіе — большое мѣсто школы, которая увлекается теперь излишествами въ арифметикѣ. Геометрическому черченію должно принадлежать почетное мѣсто, потому что при помощи его можно усвоить многое не только изъ области геометріи. Благодаря чертежамъ, можно привыкнуть путемъ чертежа рѣшать математическія задачи. Площадь круга можетъ быть освѣщена также съ помощью чертежа *).

Далѣе лекторъ перешелъ къ раскрытію курса въ 3-хъ лѣтней школѣ въ ближайшемъ будущемъ.

Постепенность изученія чрезвычайно важна, и на развитіе ея приходится посмотреть на дѣло съ разныхъ точекъ зрѣнія: 1) психологической, 2) логической, т. е. чисто-математической, 3) съ педагогической и, наконецъ, 4) общественной, чтобы школа не была чужда жизни. Постепенность изученія предполагаетъ какъ бы лѣстницу, по которой приходится подниматься все на большую и большую высоту познаній и развитія. Ея ступени не имѣютъ правильныхъ очертаній и рѣзкихъ отграниченій одной отъ другой при ихъ смежности; но начало и конецъ каждой отличаются по высотѣ и ши-

*) Можно кругъ радиусами разсѣчь на большое число отрезковъ, которые, будучи сложены основаніями однихъ къ вершинамъ другихъ, составить всѣ прямоугольнички, площадь котораго приблизительно равняется $3\frac{1}{7} R^2$.



ротъ горизонта воспріятій и сознанія. Двигаясь по ступенямъ на извѣстную высоту, испытываемъ затрудненіе, и графически это затрудненіе измѣряется высотой ступени. Въ горизонтальной плоскости этой ступени придется пробыть болѣе или менѣе продолжительное время: важно не только подняться на извѣстную высоту, но продержаться на этой высотѣ и поработать на ней. Площадки, по которымъ приходится идти, неравны въ зависимости отъ различныхъ переживаній учащагося, связанныхъ съ содержаніемъ этой учебной ступени.

Высоты разныхъ ступеней тоже неодинаковы. При этомъ можетъ случиться, что, достигнувъ извѣстной высоты, надо вернуться назадъ, или сдѣлать передышку. (Лекторъ при этомъ начертилъ лѣстницу со ступенями разной высоты и разной ширины).

Но не храмъ вѣнчаетъ эту лѣстницу, а идетъ она въ небеса математическаго знанія, безгранично расширяя горизонты знанія для идущаго по ней. На каждой ступени опредѣленное количество переживаній, знаній и навыковъ. Кое-что изъ нихъ утрачивается, приходится, какъ выше отмѣчено, вернуться, чтобы захватить съ собою то, что потеряно, чтобы такъ сказать, уложить это снова въ свое сознаніе. Это „вернуться“ и «захватить забытое» — представляетъ какъ бы особую ступень въ этой лѣстницѣ, ступень приведенія знаній въ систему, безъ которой дальнѣйшій подъемъ можетъ оказаться труднымъ или прямо невозможнымъ.

«Надъ построеніемъ этихъ ступеней, сказалъ лекторъ, я работалъ 10 лѣтъ. Предшественниковъ у меня въ избранномъ мною направленіи не было; я, по крайней мѣрѣ, ихъ не знаю. Таланта тоже не оказалось. Пришлось работать; друзья и враги мало помогли мнѣ, не обративъ вниманія на предложенное мною въ 80-хъ годахъ раздѣленіе курса арифметики на ступени. Одни ограничивались сочувствіемъ, другіе глумленіемъ. Это—

тотъ естественный путь, по которому приходится идти отъ рутины безпринципнаго обученія къ построенію надлежащихъ обученія».

Лекція X.

На первой ступени—счетъ, и тутъ же осуществленіе счета съ помощью дѣтми же созданныхъ вещей. А что создавать? Тѣла и предметы изъ подходящаго матеріала? Можно какіе угодно, но можно чертить квадраты и геометрическія фигуры, лишь бы научить дѣтей работать, рисовать и считать *).

Нѣкоторые стоятъ на извѣстной точкѣ зрѣнія обученія счету, основаннаго на мускульномъ чувствѣ преимущественно. Къ ихъ числу принадлежитъ лекторъ. Другіе, главнымъ образомъ Лай, стоятъ на зрительномъ способѣ возникновенія числовыхъ представленій. Лай пришелъ къ заключенію, что дѣти не считаютъ, а могутъ усвоить себѣ слово «семь», посмотрѣвъ на фигуру:  и могутъ воспринимать безъ счета фигуры: , отвѣчая: одинъ, два, три, четыре, пять кружковъ, притомъ не считая. Опыты дѣлались Лаемъ до 12 и въ результатѣ получилось, что ученики говорятъ и 10, и 11 и 12 безошибочно. Взаимное расположение, цвѣтъ кружковъ, ихъ величина, при этомъ имѣютъ вліяніе на счетъ. Стереть отъ имѣющихся нарисованныхъ группъ одинъ, два, три кружка,—они

*) Считать безъ творчества для дѣтей скучно. Сколько партъ въ классѣ, сколько ключей въ связкѣ, сколько въ тетради листовъ? Здѣсь жизни мало. Надо рассказать какую-нибудь исторію, которую они могли бы варьировать по своему и проявлять т. о. свое творчество. Коли! Я хочу побывать у тебя, да не знаю, сколько домовъ надо до тебя пройти. Всѣ дѣти очень охотно сообщаютъ вамъ такой адресъ. Надо, чтобы вопросы отвѣчали потребностямъ души ребенка, его потребности творить, тогда и работа и счетъ пойдутъ веселѣе и захватятъ собою всѣхъ дѣтей. (Примѣчаніе сост. отч.)

скажутъ, сколько осталось, а по просьбѣ сосчитать,—не умѣютъ. Такъ, трехлѣтній дѣти, перелистывая книжку съ картинками, не умѣя читать и ничего не зная о слонѣ или дикомъ индѣйцѣ, запоминаютъ ихъ фигуры и, если имъ снова открыть книжку и спросить, что нарисовано, то они отвѣтятъ: «слонъ», «дикій индѣецъ». Лекторъ придаетъ такому знанію весьма небольшое значеніе. По его мнѣнію, число, какъ таковое, есть результатъ счета, то есть нѣкотораго сложнаго психо-физическаго процесса, а не одного только зрѣнія. Кто знаетъ греческій языкъ, знаетъ имена Теофилъ, Теодоръ иначе, чѣмъ лица, несвѣдующія въ греческомъ; для него съ этими именами связывается значеніе этихъ словъ. Для ежедневнаго обихода это знаніе, конечно, не имѣетъ значенія. Но въ арифметикѣ надо знать *значеніе* употребляемыхъ словъ и *понимать ихъ*. Число же безъ процесса счета не есть число, а только названіе его, безъ указанія его истиннаго мѣста среди другихъ названій подобнаго рода. Сила числа не въ зрительномъ, притомъ нарочно придуманномъ образѣ, вызывающемъ у учащагося слово, а въ томъ, что оно есть результатъ счета. Единственное исключеніе составляетъ число «одинъ», которое не является результатомъ счета, какъ процесса.

Разные типы людей воспринимаютъ природу разнообразно. Есть люди, воспринимающіе главнымъ образомъ ее черезъ зрѣніе, это люди зрительнаго типа—оптики. Одинъ знакомый лектора—не художникъ, только разъ взглянувъ на обои, можетъ ихъ сейчасъ же нарисовать. Лекторъ быстро сдѣлалъ симметричный рисунокъ на доскѣ, сейчасъ же стеръ его и предложилъ слушателямъ воспроизвести. Только два человѣка изъ всей аудиторіи могли это сдѣлать, несмотря на то, что рисунокъ сдѣланъ былъ два раза. Есть акустики—люди слухового типа. Въ психологической литературѣ извѣстенъ студентъ, который готовился къ экзаменамъ,

только слушая чтеніе товарища и не читая самъ по книгѣ. Читая же книгу, онъ не былъ въ состояніи подготовиться къ экзамену. Людей слухового типа мало. Есть люди типа моторнаго (механики). Къ этому типу принадлежатъ многіе: почти всѣ близорукіе, но также многіе съ хорошимъ зрѣніемъ. Есть, наконецъ, люди смѣшанныхъ типовъ. Въ методико-арифметической литературѣ тоже замѣчается вліяніе типа автора на его методическіе взгляды. Одинъ методистъ—нѣмецъ полагаетъ, что представленіе о числѣ зависитъ отъ слухового впечатлѣнія и придаетъ величайшее значеніе ритму въ счетѣ и тону: «одинъ—два; три—четыре; пять—шесть» и т. д., или «одинъ—два—три; четыре—пять—шесть» и т. д. Далѣе лекторъ указываетъ много случаевъ, снабженныхъ („отягченныхъ“) музыкальнымъ содержаніемъ. Но отсюда, конечно, нельзя дѣлать вывода, что только слуховыя впечатлѣнія играютъ роль при образованіи представленій о числахъ. Тоже справедливо относительно зрительнаго происхожденія этихъ представленій, на которомъ настаиваетъ Лай. Тѣмъ болѣе, что большинство людей не принадлежатъ рѣзко ни къ одному изъ упомянутыхъ типовъ. Лекторъ принадлежитъ, какъ ему кажется, къ моторному типу. Но онъ считаетъ, что счетъ сопровождается какъ зрительными впечатлѣніями, такъ и движеніями, а также и впечатлѣніями слуховыми. При счетѣ мы отдѣляемъ одинъ предметъ отъ другого, передвигая голову и глаза, но не отвергая во всякомъ случаѣ значенія зрительныхъ и слуховыхъ впечатлѣній. У слѣпыхъ дѣло сводится къ содѣйствію мускульнаго чувства, слуха и рѣчи, а у глухо-нѣмыхъ—къ зрѣнію, жесту и искусственной рѣчи.

Какъ бы то ни было, а на первой ступени надо считать, т. е. работать также руками, говорить и слушать относящееся до счета. Уже сказано, что и здѣсь должна участвовать самодѣтельность учащагося. Пусть счи-

таютъ и тѣ предметы, которые находятся передъ глазами, и тѣ, которыхъ нѣтъ на-лицо. Далѣ лекторъ намѣтилъ ту программу перваго урока, которой онъ держится въ начальной школѣ, состоящей при педагогическихъ курсахъ С.П.б. Фребелевскаго Общества. Онъ беретъ листъ бумаги, разрываетъ его пополамъ. Что и сдѣлалъ? Сколько половинокъ? Каждую часть— снова пополамъ, считаетъ, сколько кусковъ бумаги. Каждый изъ дѣтей дѣлаетъ тоже. Далѣ дѣти разрываютъ (аккуратно) каждый кусокъ снова, считаютъ и учатся считать. Далѣ онъ ихъ учитъ дѣлать изъ бумаги квадратъ, учить укладывать его на доску обводить по сторонамъ квадрата его контуръ. «Что на доскѣ?» „Рамочка“. Потомъ онъ предлагаетъ нарисовать побольше такихъ квадратовъ изъ розданныхъ имъ небольшихъ прямоугольниковъ. И дѣти рисуютъ квадраты все аккуратнѣе и аккуратнѣе, а самъ онъ переходитъ на время въ среднее и старшее отдѣленіе, провѣряетъ ихъ самостоятельныя работы, потомъ снова переходитъ къ младшимъ. Дѣти считаютъ нарисованные ими квадраты. И т. д.

Лекторъ разсказалъ про одного ученика перваго отдѣленія примѣрной школы при курсахъ въ гор. Львовѣ, который былъ такъ увлеченъ рисованіемъ, что, не обращая вниманія на наблюдателя курсовъ, подошелъ къ лектору и, дергая его за рукавъ, сказалъ ему: „Сем. Ил! дай, пожалуйста, еще тетрадку“. Онъ уже всю изрисовалъ: домъ, постройки, трубы, заборы и прекрасно все сосчиталъ, и вѣрно записалъ цифрами числа.

Этими упражненіями не надо ограничиваться; пусть считаютъ звуки: удары по столу, шаги. Иной смущается, стѣсняется, когда вы предлагаете ему пройтись по классу и сосчитать, сколько онъ сдѣлалъ шаговъ. Ему „стыдно“ ходить по классу. Это—замкнутая натура, его стѣсняетъ присутствіе учителя, дѣтей и т. д. Ему кажется, что проявлять себя нехорошо. Но это болѣзненная застѣн-

чивость, и такого ученика надо лѣчить отъ этой болѣзни, надо ободрить его, подѣйствовать на него лаской, и т. п. Не надо только ломать такихъ дѣтей и заставлять ихъ безъ охоты исполнять требованія учителя. Учащійся этого типа, весьма въ Россіи распространеннаго, долженъ учиться владѣть собою, а учитель ему долженъ всемирно помогать въ этомъ направленіи.

Счетъ въ предѣлахъ перваго десятка дается легко, а, начиная съ 11, работа счета становится труднѣе.

Числовыя фигуры на первой ступени необходимы; въ предѣлахъ же втораго десятка онѣ уже громоздки и мало полезны.

Во второмъ десяткѣ счета русскій языкъ (да и другіе славянскіе) нѣсколько счастливѣе другихъ. Слова „одиннадцать“, „шестнадцать“—болѣе понятно указываютъ смыслъ счета, чѣмъ въ другихъ языкахъ.






Лекторъ ознакомилъ слушателей съ методическими приѣмами, которые могутъ повести учащихся къ осмысленному произношенію числительныхъ именъ втораго десятка, гдѣ предлогъ „на“ играетъ такую важную роль.

Лекція XI.

Ознакомленіе дѣтей съ различными формами тѣлъ и фигурами чрезвычайно важно. Рисованіе квадратовъ на доскѣ и въ тетрадяхъ обводкой было еще разъ освѣщено лекторомъ, равно какъ рисованіе яблоковъ, грушъ, вѣточекъ съ листьями и т. п. По мнѣнію лектора, дѣти не такъ сильно любятъ дѣлать пластическія изображенія предметовъ (изъ глины, мыла и др.), какъ рисовать ихъ на плоскости. Но онъ считаетъ это свое утвержденіе нуждающимся въ экспериментальномъ обслѣдованіи. По его наблюденіямъ, дѣти не столь охотно дѣлаютъ живое изъ мякиша хлѣба, какъ бы хотѣлось. Они предпочитаютъ изобразить его на бумагѣ, благо,—карандашъ

и бумага под рукою. На урокахъ арифметики, къ тому же, рисованіе быстрое, можетъ быть, ведетъ къ дѣлу. Вырѣзываніе квадратиковъ, кружковъ и другихъ фигуръ изъ бумаги тоже занимаетъ дѣтей, но для этого требуется наличность достаточнаго числа ножницъ (съ закругленными концами) въ классѣ.

Возвращаясь къ квадрату, можно его вычерчивать не обводкой, а съ помощью линейки, предварительно приготовивъ ее изъ бумаги. Сначала отмѣтить на фигурѣ вершины и по линейкѣ провести линіи. Это доставляетъ ученикамъ большую радость. «Хорошо выходитъ!» Для дѣтей, уже на ближайшихъ урокахъ, горе, если квадратъ выходитъ „нехорошій“. У нихъ есть эстетическое чувство.

Пусть въ квадратѣ рисуютъ кружечки или наклеиваютъ кусочки облачковъ, располагая ихъ правильно, симметрично:  а 3? , а 4? . Сами догадуются:  даются:  другие—иначе. Здѣсь является при счетѣ изученіе фигуры.

При наклеиваніи бѣлыхъ облачковъ на бѣлой бумагѣ плохо видно, дайте имъ цѣбныя. Вотъ то радость! Въ жизни онъ не видалъ такихъ кружковъ. И красиво выходитъ, и дешево.

Пяточка играетъ очень большую роль и въ счетѣ, и въ вычисленіяхъ, и въ фигурахъ. Для числовой фигуры числа девять надо брать продолговатую рамочку.

Дѣти рисуютъ, у нихъ развивается глазъ и рука, и приобретается знакомство съ числовыми фигурами.

Лекторъ ознакомилъ слушателей съ числовыми фигурами Лайя, самъ будучи сторонникомъ „карточныхъ“ числовыхъ фигуръ, но вполнѣ, впрочемъ, довѣряя опытамъ Лайя относительно нецригодности послѣднихъ при такой методѣ, которая отвергаетъ счетъ на первыхъ ступеняхъ обученія.

Кромѣ того, для упражненія въ счетѣ, интересны разговоры изъ жизни. Сколько у васъ человекъ въ семьѣ? Кто? Сколько время года, дней, недѣли? Сколько знаютъ названій травъ, деревьевъ, плодовъ, построекъ и пр.

Деньги! Вотъ здѣсь превосходная работа для счета. Настоящіе мѣдныя и серебряныя неудобны: ихъ запасы невелики. Деньги изъ темной бумаги—мѣдныя, изъ бѣлой—серебряныя. Кто ихъ будетъ дѣлать? „Я хочу, я, я!“ Но это неудобно, много надо ножницъ. А Яша не хочетъ дѣлать денегъ, онъ—не того типа человекъ и не объяснить даже, почему не хочетъ. „Ну, и нужно“. Онъ получить деньги отъ другихъ учениковъ. Лекторъ считаетъ, что не надо заставлять дѣтей этого типа идти наперекоръ своей натурѣ. Только можно сказать: «а было бы хорошо, еслибы и ты научился».

«Въ Екатеринославѣ, рассказываетъ лекторъ, одинъ такой Яша не хотѣлъ считать ни по первому, ни по второму, ни по 3-му предложенію. Одинъ изъ учителей заявилъ мнѣ, что это—просто упрямый мальчишка, что его надо было заставить. Я не согласился, и на другой день не спрашивалъ Яши ни о чемъ, но, обходясь съ нимъ ласково, въ особенностяхъ, когда надо было что-нибудь дѣлать. На третій день Яша уже поднялъ руку, хотѣлъ считать и оказался хорошимъ математикомъ, хотя и слабымъ физически ребенкомъ».

Съ деньгами, съ ихъ размѣномъ, съ уплатой ими за покупки и обычными задачами для небольшихъ суммъ (до 20 коп.) можетъ быть большая практика въ счетѣ. Но это относится до матеріала другихъ высшихъ ступеней. На первой же ступени только счетъ копейками и замѣна копеекъ монетами въ 2, 3, 5, 10, 15 и 20 к.

До сихъ поръ при остановкѣ на 1-й ступени принимались во вниманіе главнымъ образомъ психологическія и логическія соображенія. Между тѣмъ требуется, съ

педагогической точки зрѣнія, еще и умѣнье записывать первыя девять чиселъ цифрами.

На 2-й ступени и надо заниматься обученіемъ письму цифръ.

Есть одно психологическое соображеніе: чѣмъ больше продѣлано цѣлесообразной чувственной работы на данной ступени, тѣмъ лучше. Кто не училъ глухонѣмыхъ, тотъ не знаетъ настоящимъ образомъ, что такое органъ рѣчи, не знаетъ психологіи человѣка, лишеннаго органа слуха. Для учителя назидательны опыты и съ глухими, и со слѣплыми дѣтьми. Чтобы глухонѣмому научиться воспринимать звукъ *a*, ему надо произвести громадную работу. Такъ какъ лекторъ не могъ предполагать, что всѣ слушатели и слушательницы его лекцій знакомы съ трудностями и результатами обученія глухонѣмыхъ устной рѣчи, то онъ знакомитъ ихъ въ общихъ чертахъ и вкратцѣ съ этими трудностями и результатами. При этомъ онъ указалъ, что письмо буквъ, т. е. графическое обозначеніе звуковъ, не только не затрудняетъ глухонѣмыхъ, но облегчаетъ усвоеніе глухонѣмыми звуковъ. Поэтому онъ стоитъ и для нормальныхъ дѣтей за ознакомленіе ихъ съ обозначеніемъ чиселъ на письмѣ. Цифры—замѣна записанныхъ именъ числительныхъ количественныхъ.

Прежде всего пришлось выяснитъ, какія лучше писать цифры: такъ наз. арабскія, или римскія. Нѣкоторыя педагогическія соображенія говорить за римскія I, II, III, IIII; онѣ—нагляднѣе, но уже обозначенія IV, IX неудобны. При римской нумераціи арифметика развивалась туго; такъ наз. арабскія, хотя и условны, но болѣе жизненны и болѣе плодотворны по результатамъ. Арабская цифра имѣетъ двойное значеніе: свое собственное и мѣстное, если двѣ или болѣе цифры записаны рядомъ. Великое значеніе имѣетъ при этомъ, цифра *0*.

Лапласъ говоритъ, что это—остроумнѣйшее и одно

изъ величайшихъ изобрѣтеній, сдѣланныхъ человекомъ, но мы настолько привыкли къ нему, что не умѣемъ цѣнить нашу десятичную систему обозначенія чиселъ десятию отдѣльными цифрами, въ числѣ которыхъ есть вспомогательная—нуль. Онъ отмѣчаетъ, что это не пришло въ голову ни одному изъ величайшихъ умовъ древности: ни Платону, ни Архимеду. А Архимедъ—вѣдь, это такая неизмѣримая, огромная величина. Онъ стоялъ въ математикѣ на точкѣ зрѣнія позднѣйшихъ вѣковъ. Очъ, между прочимъ, вычислилъ, не пользуясь средствами нашей арифметики, сколько песчинокъ помѣстится въ шарѣ радиусъ котораго—разстоянію отъ земли до солнца. Но это, конечно, не величайшая его заслуга. Для ихъ перечисленія у насъ нѣтъ не только времени, но и достаточной историко-математической подготовки.

Финикияне, евреи, греки обозначали цифры буквами. Въ церковно-славянской нумераціи употреблялись тоже буквы, снабженныя титлами, у римлянъ особые знаки, у арабовъ свои, въ Зап. Европѣ—одаѣ цифры смѣнялись другими. Цифры, какъ и все на свѣтѣ, имѣетъ свою исторію.

Изъ русскихъ печатныхъ книгъ впервые «арабскія» цифры встрѣчаются въ замѣчательной книгѣ Леонтія Фидиповича Магницкаго, по велѣнію великаго Петра приобщившаго русскую культуру къ арифметикѣ—«художеству честному, независтному, много-хвальнѣйшему». Изъ всѣхъ русскихъ учебниковъ арифметики—это, можетъ-быть, самый почтенный не только для своего времени.

Въ заключеніе лекторъ намѣтилъ методическіе приемы обученія дѣтей обозначенію первыхъ девяти натуральныхъ чиселъ.

Лекція XII.

Перейти къ цифрамъ дѣло нетрудное. Въ «рамочкѣ» дѣти будутъ наклеивать части облачковъ или рисовать

кружки и записывать, сколько прилепили или нарисовали в каждый квадрат. Любители рисовать — рисуют и вѣтву съ листками, и простой двѣтокъ съ такимъ-то числомъ лепестковъ, окна съ различнымъ числомъ стеколъ и пр. Но это — все до 9. Обозначеніе 10 уже представляетъ собою результатъ великаго изобрѣтенія и относится до другой ступени.

Слѣдующая 3-я ступень содержитъ въ себѣ уже зачатки дѣйствій сложения и вычитанія. Считать — это одно, прибавлять одну единицу — нѣчто другое. При счетѣ намъ неизвѣстно число единицъ, при прибавленіи одной единицы къ числу намъ считать возобраняется. Но на 3-й ступени сумма и уменьшаемое не должны быть больше девяти.

На вопросѣ о прибавленіи и отниманіи одной единицы лекторъ остановился подробно. Счетъ — это мускульная и зрительная работа и работа органовъ рѣчи. Прибавленіе — нѣчто другое. Я знаю, что здѣсь 6 картофелинъ, присоединю сюда *еще* одну, сколько будетъ? Начать снова счетъ можно, но это будетъ не прибавленіе одной единицы къ шести, а произнесеніе ряда словъ, начинающееся словами: одна, двѣ, три и т. д., покуда не закончимъ счета. Начинающіе учителя этого не принимаютъ во вниманіе, не принимаютъ во вниманіе и того обстоятельства, что говорящій «шесть да одинъ будетъ семь», пользуется своими воспоминаніями, воображеніемъ, своею способностью воспроизводить окончательный результатъ счета, не называя всѣхъ промежуточныхъ чиселъ.

Можетъ-быть, дѣти умѣютъ и прибавлять, и считать, но можетъ случиться, что они умѣютъ только считать. Прежде чѣмъ автоматически, почти безсознательно сказать результатъ, учащійся долженъ сознательно приложить. Что это значитъ — приложить къ шести одинъ? Это значитъ, что кто-то считалъ до 6 включительно и не до-

считалъ до 7 включительно. Надо продолжить счетъ! И т. д.

Тоже и съ отбавленіемъ. Первое движеніе на самомъ дѣлѣ сосчитать, сколько осталось. Счетъ дозволителенъ, но пока человекъ считаетъ, онъ не вычитаетъ. Передъ 7 было 6. Здѣсь лекторъ коснулся вопроса о прямомъ и такъ наз. обратномъ счетѣ. Но послѣдняя нѣтъ на свѣтѣ. Есть только одинъ прямой счетъ. Кто говоритъ: 10, 9, 8, 7... — тотъ ничего не считаетъ, а занимается отбавленіемъ единицы. Лекторъ объясняетъ существованіе въ руководствахъ по методикѣ арифметики „обратнаго“ счета чисто историческими причинами.

Сложеніе есть особенная операція, а не счетъ. Обратный счетъ — либо постепенное вычитаніе одной единицы, либо бессмысленное называніе словъ счета въ обратномъ порядкѣ.

Лекторъ сравниваетъ упражненія въ произнесеніи словъ счета въ обратномъ порядкѣ съ методой, о которой Помяловскій въ своихъ «Очеркахъ Бурсъ» рисуетъ учителя богослуженія, который поступалъ такъ: каждое слово литургіи выписывалось на отдѣльную бумажку, вся литургія въ такомъ видѣ складывалась въ папку, ученики вынимали бумажки и должны были сказать, гдѣ попадется какое-либо слово, напр., „иже“, «владыко», „благословенъ“ и т. д. Но бурсаки богослуженіе знали не изъ этой учобы, а благодаря посѣщенію церкви и участію въ богослуженіи.

Далѣе лекторъ выяснилъ, въ чемъ состоитъ сознательность счета и ея безусловную необходимость.

Тутъ же на 3-й ступени умѣстно ознакомить со знакомъ +, замѣняющимъ „да еще“, со знакомъ вычитанія — („долой“) и знакомъ равенства = („будетъ“).

Крестьянскіе дѣти иначе относятся къ ученью, чѣмъ городскіе, и въ особенности, чѣмъ дѣти интеллигенціи. Ребенокъ бѣжитъ въ морозъ, вѣтеръ, дождь и слякоть

въ школу. Сзади мать за нимъ гонится съ метлой, хочет вернуть: «потому—ничаво денежъ дома посидѣть, да Катьку попявчить надо замѣсто Марьи». Не останавливать! «Сегодня учительница Анна Ивановна общала почитать» или «резинки раздать». И маленький кусочекъ резины и карандаша, бумага и въ особенности чтеніе для крестьянскаго ребенка чрезвычайно дѣнные вещи. Онъ весь отдается работѣ, если она является для него самостоятельной. Рисуетъ вѣтку съ листьями, пишетъ, сколько ихъ. «Долой листочки!»—стираетъ старательно резинкой, по неопытности смочить резинку слюной и языкомъ, стираетъ до дыръ, пишетъ, сколько осталось. Сочиняетъ самъ рисунки: птицъ, яблокъ, грушъ (последнія отличаются отъ яблокъ только мѣстомъ хвостика). Дырочка въ тетради огорчаетъ ребенка, но это огорченіе полезное, это огорченіе—отъ неудовлетворительности работы. Хорошо въ школѣ: въ школѣ учать!

Въ 3-мъ отдѣленіи школы виситъ надъ головами учителя и учащихся дамкловъ мечъ экзаменовъ. Съ дѣтми приходится болѣе заниматься для прохожденія программы. Второе отдѣленіе является у учителя какъ бы пасынкомъ, оно, такъ сказать, ѣдетъ на самостоятельныхъ работахъ. Это для средняго отдѣленія крайне невыгодно, а потому особенно трудно организовать занятія именно въ 2-мъ отдѣленіи. Главная задача для учителя—первое и третье отдѣленія*).

Въ распоряженіи учителя имѣется для занятій дѣтей подъ его руководствомъ много задачъ: задачи съ кубиками, построеніемъ изъ нихъ столбиковъ разной высоты до 10, задача, напр., 7 листовъ бумаги—брату, сестрѣ,—сколько осталось. На заборѣ сидѣли 5 ласточекъ: двѣ прилетѣли, одна улетѣла, сколько ихъ? И т. д. Для

*) Впоследствии лекторомъ выяснено, что къ 1-му отдѣленію относятся 8—9 первыхъ ступеней съ нѣкоторыми дополненіями изъ 12-й (дѣленіе въ предѣлахъ первыхъ двухъ десятковъ).

самостоятельныхъ же работъ есть числовыя фигуры, цифры и записи прибавленія и отниманія единицы.

На 4-й ступени идемъ дальше: $11+1$, $14+1$ и т. д.—съ записью. Но предварительно надо выработать понятіе десятка. Десятковъ ящъ, десятковъ кубиковъ, десятковъ яблокъ существуютъ въ представленіи учащагося. Но десятичной системы письменной нумерации не было даже у Архимеда; откуда же десятичную систему взять ребенку? Возьмите спички и нитки. Пусть каждый насчитаетъ 10 спичекъ, обмотаетъ ниткой, пропуститъ ее конецъ черезъ связку безъ узла и закрутитъ: *десятокъ спичекъ*. «Еще!» «Сколько у тебя десятковъ?» и еще и еще сколько? «Два десятка и три спички».

Писать 10 сразу научить нельзя. Человѣчеству досталось это не даромъ, у него отъ предварительной работы съ ея трудностями, что называется, «глаза на лобъ выльззли» Къ цифровой записи десятка лекторъ обратился на слѣдующей лекціи.

Лекція XIII.

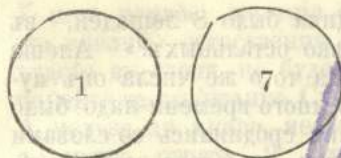
На первыхъ трехъ ступеняхъ—счетъ, прибавленіе и отнятіе единицы—все въ предѣлахъ девяти. 4-я ступень уже даетъ понятіе десятка вмѣстѣ съ упражненіями въ составленіи десятковъ. Но надо, чтобы ребенокъ въ свое время и сознательно говорилъ не только десять спичекъ, а также «десятокъ».

Теперь пора научить писать 10. Какъ же это сдѣлать? Это новая единица счета. Приходится не только дѣлать и понимать десятки, но и обозначать ихъ. Сказать о значеніи нуля,—не поймутъ. Гораздо лучше начинать не съ 10-ти, даже и не съ 11-ти, не съ 12-ти, а съ 13-ти, 14-ти и т. п.

Въ основѣ счисленія по десятичной системѣ лежитъ условіе, что 1 на второмъ мѣстѣ обозначаетъ въ десять разъ больше, чѣмъ 1, поставленная на первомъ. Но эта идея—не для дѣтей. Древняя культура индусовъ, вѣроятно, съ большимъ трудомъ дошедшихъ до этой идеи, передала ее арабамъ, а тѣ ознакомили съ нею европейцевъ, которые къ этому были подготовлены господствовавшими у нихъ вычисленіями. Но это шло не днями, не недѣлями, а вѣками, пока народы освоились съ этою системою счисленія.

Янъ Амось Коменскій говоритъ, что двухъ трудностей при обученіи соединять въ одинъ моментъ обученія не слѣдуетъ. Это дѣйствительно преступленіе противъ психологій дѣтскаго возраста. Единица перестаетъ быть единицей, если еще цифра стоитъ справа ея, и обозначаетъ уже десятокъ. Но, кромѣ десятка, ничего нѣтъ, вотъ этотъ знакъ 0 и обозначаетъ, что ничего больше нѣтъ, и это все читается 10. Здѣсь ясны, по крайней мѣрѣ, три трудности, а то и болѣе.

Принесите въ классъ двѣ кружки или два стакана. Возьмите спички, попросите дѣтей считать и одного пригласите класть спички въ кружку. Какъ досчитали до 10,—вынь ихъ изъ кружки, а въ другую положи одну спичку“, для памяти, чтобы помнить, что насчитали десятокъ, и счетъ идетъ дальше. Сколько теперь? Одинъ десятокъ и 7. Кладутъ дальше, считаютъ учащіяся одинъ за другимъ, учатся этому нехитрому дѣлу. Сколько? «Три десятка и пять отдѣльныхъ спичекъ». Первое время пусть ничего не записываютъ. Станьте лицомъ къ классу, въ правой рукѣ держите отверстіемъ въ классу кружку, въ которой отмѣчено число десятковъ, а въ лѣвой другую—съ отдѣльными спичками. Когда дѣти въ этомъ свободно разбираются, пусть рисуютъ отверстія кружекъ въ видѣ кружковъ и въ нихъ ставятъ



цифры, причемъ въ кружкѣ лѣво обозначенъ одинъ десятокъ, а въ кружкѣ направо—7 отдѣльныхъ спичекъ. Далѣе лекторъ указывалъ, какъ освободиться

отъ кружка десятковъ и отъ кружка единицъ и какъ записывать одинъ десятокъ съ пустой кружкой въ такомъ видѣ: 10. Удовольствію дѣтей нѣтъ конца. Дѣти начинаютъ понимать этотъ знакъ какъ пустую кружку, начинаютъ понимать значеніе 0 (нуля) и читаютъ и пишутъ такъ: „одинъ десятокъ и больше ничего“, и когда говорятъ „больше ничего“, въ это самое время пишутъ нуль. „Ловко!“—говорятъ они.

Для упражненія можно дѣлать десятки крестиковъ въ рамочкахъ и записывать число крестиковъ цифрами. Нѣсколько разъ они отмѣтятъ у себя одинъ десятокъ при помощи 0. Это составляетъ содержаніе 4-й ступени. Ее надо проработать основательно, не торопясь.

Далѣе, на 5-й ступени, идетъ разговоръ о томъ, чтобы ученики умѣли выдѣлять десятокъ, но сначала не изъ отвлеченнаго числа второго десятка, а изъ реально существующаго числа, а также прикладывать къ числу одну единицу. $\times \times \times \times \times \times \times \times \times \times$ Долой одинъ крестикъ! Сколько? $\times \times \times \times$ Записать $\times \times \times \times \times \times \times \times \times \times$ Да еще одинъ!

Сколько? Записать. Но надо нѣсколько справляться и съ желаніями дѣтей; если дѣло идетъ вяло, то приходится чего-то выждать. Иногда непонятное слово вызываетъ нѣкоторое смущеніе и апатію. Лекторъ рассказывалъ случаи, показывающій, насколько иногда неожиданны случаи непониманія учениками простыхъ словъ. Онъ въ одной начальной школѣ, гдѣ проучилъ три года,

предложилъ задачу: «у помѣщика было 8 лошадей, въ томъ числѣ 3 вороныхъ, сколько остальныхъ?» Алеша повторилъ: «было 8 лошадей, да того же числа онъ купилъ 3 вороныхъ». И довольно много времени надо было употребить на то, чтобы ученики сроднились со словами «въ томъ числѣ» и понимали, что эти слова замѣняютъ другіе два: «изъ нихъ». Приходится быть осторожнымъ со словами, и къ такимъ словамъ принадлежатъ иногда выраженія: «кромѣ того», «сверхъ того» и др.

Надо пользоваться и наглядными пособіями (счеты), и отвлеченнымъ счетомъ, переплетать тотъ и другой, рисовать, чертить и т. д.

Далѣ лекторъ выяснилъ, въ чемъ трудность прибавленія двухъ, трехъ и т. д. единицъ, хотя бы въ результатѣ получилось меньше десяти. Чтобы, напр., прибавить, а не присчитать двѣ единицы къ семи, слѣдуетъ пропустить одно слово счета. Пусть сначала шопотомъ говорятъ „восемь“, а потомъ громче говорятъ: „девять“. Послѣ, въ свое время, они и отъ шопота отдѣлаются. Потомъ надо научиться перемѣщать слагаемыя и научиться прибавлять къ двумъ разнымъ числамъ. Далѣ должны слѣдовать разнообразныя задачи съ 3, 4 и по возможности надо обогащать языкъ, чтобы дѣти понимали, напр., выраженія «столько же», «поровну» и пр.

Что касается составленія десятка, то оно подготовитъ къ занятіямъ на 8-ой ступени.

Лекція XIV.

На 6-й ступени находится вычитаніе изъ чиселъ перваго десятка. Сложеніе и вычитаніе трудно понять одно безъ другого. Но ставить на этой ступени вычитаніе въ логическую связь со сложениемъ еще преждевременно. Учащійся еще до нея не доросъ. Пусть отдѣляетъ сначала на самомъ дѣлѣ и смотритъ, сколько осталось.

У него первое желаніе сосчитать, сколько осталось и это вполне естественно; мѣшать этому не слѣдуетъ, худого въ этомъ не будетъ. Но отъ счета онъ долженъ перейти къ вычитанію. Сколько будетъ 7—2? Сосчиталъ—5. А нельзя ли иначе, нельзя ли не отнимать по одному, а сразу отнять 2. Здѣсь приемъ *вычитанія* по одному, но и это еще не вычитаніе 2-хъ единицъ. Надо научиться не произносить промежуточныхъ результатовъ, пусть ученикъ сначала шепчетъ, и это не бѣда, онъ отучится отъ этого.

Надо ученикамъ сдѣлать самѣмъ линейку съ нанесенными на нее вершками (10 вершк.) болѣе или менѣе тщательно. При неряшливомъ или невѣрномъ исполненіи, можно потребовать, чтобы было передѣлано!—Надпишите число вершковъ!—Приготовьте теперь изъ бумаги нѣсколько ленточекъ, отрѣжьте по вершку!—Еще отбавьте вершокъ! Вершокъ будетъ тогда не слово, а известная опредѣленная длина.

На этой 6-й ступени слова «отрѣзать», «отнять», «откинуть», «отбросить», «отбавить» должны быть усвоены дѣтми.

Надо научиться отбавлять сначала 2, потомъ 3, 4 и т. д. до 8 и 9 включительно. Но научиться не на словахъ, а измѣрениемъ на лентахъ, счетомъ на кубикахъ, кружкахъ, чертежахъ, рисункахъ.

7-я ступень останавливаетъ ребенка на прибавленіи къ десятку: $10+3?$, $10+7?$... Цѣль этой ступени—укрѣпленіе дѣтей въ нумераціи и въ приобрѣтеніи ими навыка быстро прибавлять однозначное число къ 10. Человѣкъ всегда болѣе или менѣе рабъ своихъ привычекъ,—пользуется онъ въ жизни своими органами ощущеній, представляющими въ данный моментъ наиболѣе удобный способъ достиженія цѣли, не упражняя другихъ органовъ и не отдавая себѣ во многомъ отчета. Если человѣкъ отойдетъ на 4 шага отъ свѣчи, если ему за

вжуютъ глаза и онъ пойдетъ ее погасить, то онъ сдѣлаетъ 4 шага отъ мѣста не туда, куда слѣдуетъ, и дуть будетъ не туда, куда слѣдуетъ. Всему надо учиться, и если онъ нѣсколько поупражняется ходить съ завязанными глазами, то дѣло пойдетъ иначе. Съ однимъ англичаниномъ (Фаусетомъ) случилось несчастье, когда ему было 17 лѣтъ. Товарищъ печально лишилъ его зрѣнія, выстрѣливъ въ него дробью. Но юный Фаусетъ рѣшилъ, что онъ будетъ обходиться безъ помощи другихъ и сталъ этого добиваться. Онъ ходилъ свободно по улицамъ, прыгалъ, игралъ въ мячъ, окончилъ высшую школу и въ концѣ-концовъ былъ министромъ финансовъ въ Англии. Вотъ что значить воля и навыкъ. Все дѣло въ привычкахъ. Не надо думать, что если ученики умѣютъ считать и умѣютъ писать числа 2-го десятка, то они умѣютъ также прибавлять и записывать это прибавленіе, когда одно слагаемое—10, а другое—однозначное число. Несмотря на то, что ученики умѣютъ записывать числа второго десятка, имъ, сверхъ того, надо приобрести *привычку* складывать 10 съ числами перваго десятка. Это—тоже, но не совсѣмъ то-же!

Восьмая ступень командуетъ громаднымъ отдѣломъ всей арифметики. Здѣсь надо научиться сложенію двухъ чиселъ перваго десятка, сумма которыхъ больше 10-ти. А для этого надо предварительно умѣть *составлять* десятокъ изъ единицъ одного числа и одной или нѣсколькихъ единицъ другого. Начало для этого положено раньше, надобно только упражненіе. 7 да 5 можно вычислить такъ: 7 да 3—десять, а 10 да 2—12. Но лекторъ указалъ, что на этой ступени надо предоставить учащимся пользоваться своимъ творчествомъ. Требуется сложить 7 да 8; 7 да 7—14; 14+1—15, и т. п. Безъ этой ступени нѣтъ арифметики, ибо нѣтъ четырехъ дѣйствій надъ цѣлыми числами. Если ребенокъ этого не умѣетъ

дѣлать, то дальше не пойдетъ, или же пойдетъ, но неладно будетъ итти у него арифметика.

Вѣрно, что въ Англии, Франціи, Германіи учатъ лучше. Но думать, что тамъ сдѣлано уже все—недоразумѣніе. Американецъ Муръ возстаетъ противъ американскихъ, англичанинъ Перри—противъ англійскихъ, французъ Лезанъ—противъ французскихъ порядковъ обученія математикѣ вообще и арифметикѣ въ частности. Эльдorado нѣтъ и тамъ, и можно сказать, что и у насъ плохо. Реформа тамъ тоже еще не осуществлена, но реформаторовъ тамъ не преслѣдуютъ, какъ у насъ: реформы добываются съ трудомъ. За нѣмецкую книгу Лайя многие ухватились, какъ за якорь спасенія. Здѣсь приходится вспомнить слова Л. Н. Толстого: „Чтобы заимствовать чужіе приемы, надо отличать то, что зависитъ отъ національныхъ законовъ разума отъ того, что зависитъ отъ національныхъ особенностей“. Надо помнить и слова другого русскаго мудреца Крылова: „Когда перенимать съ умомъ, тогда не чудо и пользу отъ того сыскать; а безъ ума перенимать,—и Боже сохрани, какъ худо!“

Второй десятокъ и въ нѣкоторыхъ нѣмецкихъ учебникахъ скомканъ, какъ и во многихъ русскихъ задачаникахъ. А второй десятокъ крайне важенъ.

На этой ступени кромѣ сложенія двухъ однозначныхъ чиселъ, дающихъ въ суммѣ болѣе десяти, надо также отыскивать разность между числами второго десятка и однозначнымъ, когда эта разность равна тоже однозначному числу. На этой ступени важна перестановка слагаемыхъ, употребленіе въ задачахъ равныхъ слагаемыхъ и приведеніе къ нимъ двухъ неодинаковыхъ. Дѣти гораздо скорѣе умѣютъ складывать одинаковыя слагаемыя, и этимъ надо пользоваться, надо пользоваться и пятками, и наглядными пособиями. У дѣтей должны быть въ распоряженіи 20 самодѣльныхъ палочекъ, надо прибѣгать и къ русскимъ торговымъ счетамъ и къ цифир-

нымъ равенствамъ. Восьмая ступень—широкое поприще для настоящихъ арифметическихъ вычислений, и на нее лекторъ обратилъ особенное вниманіе слушателей.

Лекція XV.

Девятая ступень очень широка и пестра. Здѣсь продолженіе сложенія, но уже нѣсколькихъ слагаемыхъ, сложеніе одинаковыхъ чиселъ, самостоятельныя работы учениковъ и масса работы учителя для обогащенія учениковъ новыми представленіями и терминами. Здѣсь разнородныя упражненія въ сложеніи и перемноженіи чиселъ, но сумма или произведеніе ихъ не болѣе 20. Здѣсь же дроби: $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{3}{4}$ (для внесенія разнообразія въ матеріалъ и для возможности расширить матеріалъ самостоятельныхъ работъ).

Такая пестрота диктуется педагогическими и психологическими мотивами. Держать учащагося все на сложеніи да на вычитаніи, не переходя къ перемноженію чиселъ перваго десятка, или же, введя перемноженіе и дѣленіе чиселъ 1-го десятка, держать учащихся все на первомъ десяткѣ тоже представляется однообразнымъ и надоедливымъ. Лучше забрать часть таблицы умноженія (произведеніе не болѣе 20-ти) и внести доло цѣлаго и нѣкоторые необходимые термины. Какъ всегда, при выборѣ задачъ надо держаться сначала предметовъ болѣе близкихъ: кубиковъ, листовъ бумаги и пр., переходить къ болѣе отдаленнымъ: стадо изъ стальныхъ-то коровъ, телятъ, барановъ; плодовый садъ съ такими-то деревьями; а далѣе къ числовымъ отвлеченнымъ задачамъ. Переходя къ обозначенію другого рода и уже не перваго десятка: $5+5+5=15$; $3+3+3+3=3\times 4=12$; $2+2+2+2+2+2+2=2\times 7=14$. Можно и записывать иначе и говорить иначе. Но здѣсь нужны предосторожности.

Мстительная вещь говорить: 7 разъ *взять* 2. У меня

всего 2 куска мѣлу, и если мнѣ надо каждый день по 2 куска, то сколько надо на недѣлю? Откуда мнѣ брать эти куски? Вѣдь число кусковъ осталось все-таки 2. У меня два двугривенныхъ, меня спрашиваютъ, хватитъ ли у меня денегъ выдать восьми человѣкамъ по пятачку. Тутъ уже и одного пятача взять нельзя, пятаковъ у меня нѣтъ, но денегъ хватитъ. Приходится говорить не 7 разъ *взять два*, а *взять 7 разъ по два*: 2, да еще другіе 2, да еще 2 и т. д. Здѣсь еще нѣтъ понятія умноженія, но есть сложеніе одинаковыхъ слагаемыхъ. Только впоследствии можно договориться, условиться говорить 7 разъ 2, вмѣсто «7 разъ по 2». Только впоследствии можно учащимся понять пользу этого болѣе краткаго словеснаго обозначенія.

Тоже и съ понятіемъ умноженія. Умножить число присутствующихъ можно, только пригласивъ еще извѣстное число слушателей. Технические выраженія (термины) надо устанавливать такъ, чтобы слова были не случайныя, а отвѣчающія дѣйствительности. Если я беру изъ кучи облатокъ двѣ, да еще другія двѣ, да еще..., если я произвелъ это 6 разъ, то можно условиться *для краткости говорить*, что я *взялъ двѣ облатки 6 разъ*. Это записываютъ такъ: 2×6 . Если же у насъ было бы 2 кучки *по 6* облатокъ, то это было бы записано: 6×2 . Выраженіе 2×7 обозначаетъ семь разъ два, а не два раза семь. Читать такія записи надо справа налево, а не наоборотъ. Въ Россіи множимое ставятъ на первомъ мѣстѣ, множителя на второмъ.

Пусть ученики добираются до результатовъ и записываютъ требованія, подобныя слѣдующимъ: $3+3+3+3+3+3$? и замѣняютъ ихъ такимъ: $6+6+6$? Надо это продѣлывать и мускульно. Пусть изъ ряда кружковъ $\circ \circ \circ \circ \circ \circ$ выдѣляютъ 6 разъ по три, обведя пальцами, 3 раза по 6 и т. п. Итальянскій мальчикъ сдѣлаетъ это самостоятельно, когда будетъ

разсказывать, потому что онъ жестикулируетъ согласно требованіямъ своей природы, отъ рожденія. У насъ на югѣ жестикулируютъ сильнѣе, чѣмъ на сѣверѣ. Русскія дѣти на сѣверѣ не склонны къ жестикуляціи, и учащійся даже не проведетъ рукой по всѣмъ кружкамъ, а только охватитъ глазами и покажетъ указательнымъ пальцемъ на рядъ или столбець. А потому учителю приходится провѣрять, понимаетъ ли учащійся, въ чемъ дѣло.

Здѣсь уже мѣсто и для вычисленія нѣкоторыхъ площадей.

Дѣти дѣлаютъ изъ бумаги „квадратные“ дюймы и на глазъ вырѣзаютъ слѣдующіе квадратикки изъ полосъ бумаги въ 2" шириною, или 3, 4, 5, и 6" и т. д. Рѣжутъ съ удовольствіемъ, стараются сдѣлать это поправильнѣе, и вычисляютъ площади отлично. Приклеиваютъ облаткой квадр. дюймъ къ бумагѣ (на бѣлой бумагѣ лучше цвѣтные квадраты и на-оборотъ). Приставьте къ нему дру-

гой поаккуратнѣе, еще и еще



подъ ни-

ми наклейте еще 5. Вы залѣпили бумаги десятью квадратами и площадь залѣпленной части равна 10 квадр. дюймамъ. Налѣпите въ другомъ мѣстѣ еще 12 кв. дюймовъ. Теперь рисуйте квадраты, чтобы площадь каждаго была равна квадр. дюйму, получше! Можно и по линейкѣ начертить, рамками. И черезъ всю бумагу полосками. Много ли? (Покаместъ слово «площадь» можно и не употреблять, примѣненію этого слова можно научить и позже).

Что же это за уроки? Уроки арифметики? Геометріи? Ни то, ни другое, это — урокъ начальной математики.

Здѣсь можно прийти и къ такъ называемой пифагоровой таблицѣ умноженія, постепенно, приготовляя ее по частямъ — больше и больше. Она возбуждаетъ интересъ.

1	2	3	4	5	6
2	4	6	8	10	12
3	6	9	12	15	18
4	8	12	16	20	
5	10	15	20	25	

Но ученики не знаютъ ее и до сихъ поръ не умножаютъ, а складываютъ. Пока сразу не скажутъ, сколько будетъ 3×6 , еще нѣтъ умноженія.

Таблица эта — вычислительный инструментъ. Пусть пока такая таблица виситъ съ крупными цифрами на стѣнѣ класса, но важнѣе, чтобы учащіяся ее изготовляли въ тетрадахъ. Это будетъ скорѣе таблица для умноженія, чѣмъ „таблицей умноженія“. Нужно время, чтобы усвоить ея результаты, а это будетъ послѣдствіемъ только повторныхъ впечатлѣній, повторныхъ работъ, повторныхъ упражненій.

Лекція XVI.

Лекторъ получилъ записку, что метода цѣлесообразныхъ задачъ едва ли примѣнима къ сельской школѣ, гдѣ три отдѣленія, что на младшее отдѣленіе остается мало времени. Къ сожалѣнію, обсуждать вопросы возможно только путемъ лекціи, безъ бесѣды со слушателями. Но онъ постарался отвѣтить на этотъ вопросъ.

1. Онъ имѣлъ въ виду только школу съ 3-мя отдѣленіями. На первомъ урокѣ надо прежде всего среднимъ и старшимъ предложить *самостоятельную работу* въ предѣлахъ ихъ знаній, по употребляемымъ въ школѣ книжкамъ. На младшемъ надо сосредоточить вниманіе съ самаго начала. Ему нельзя сидѣть безъ дѣла ни одной минуты, и начинать занятія въ школѣ съ того, что младшіе минутъ 20 просидятъ безъ дѣла, нельзя. Надо давать имъ задачи, выбирая ихъ даже изъ книжекъ, въ этому принаровленныхъ, заставлять рисовать квадраты, чертить круги, розетки, но терять ни одной минуты нельзя! Если метода не примѣнима, то, можетъ

быть, вследствие других причин. Лектор может рекомендовать методу цѣлесообразныхъ задачъ, работая надъ нею въ теченіе всей своей педагогической и литературной дѣятельности около 35 лѣтъ. Можно брать изъ нея то, что примѣнимо. Но, конечно, могутъ быть условія, мѣшающія ея полному примѣненію.

2. Говорятъ, что учителя должны пройти всѣ мѣры длины. Лекторъ этого не отрицаетъ. Онъ только указалъ, что надо начинать съ вершка или дюйма, а потомъ уже перейти къ остальнымъ мѣрамъ. Нѣкоторыхъ пугаетъ, что квадраты будутъ плохо начерчены. Но вѣдь и буквы дѣти сначала плохо пишутъ, и цифры, да и все дѣти дѣлаютъ сначала плохо. На то, вѣдь, они и учатся, чтобы научиться дѣлать то хорошо, что они сначала дѣлаютъ худо. Изъ того, что квадраты проходятъ только въ IV, V классѣ гимназіи, еще не слѣдуетъ, что они не могутъ имѣть мѣста ранѣе, при желаніи. Метода цѣлесообразныхъ задачъ именно тѣмъ и сильна, что не требуетъ теоретической сухости учебного матеріала, а можетъ руководиться требованіями психологіи и жизни.

Въ средней школѣ ученики даже 2-го класса зачастую совершенно не понимаютъ дробей. Во 2-мъ классѣ учащіяся, можно сказать, обременены дробями, причемъ многія дроби для нихъ совершенно не ясны и нигдѣ на свѣтѣ не встрѣчаются: $\frac{1}{37}$, $\frac{8}{91}$, $\frac{47}{159}$ и т. д.

Лекторъ рассказалъ о своемъ сынѣ, который никакъ не могъ усвоить измѣненія частнаго, и это доводило его до слезъ. Мальчикъ сначала и слышать не хотѣлъ разговора слѣдующаго рода: „по воскресеньямъ у насъ бываетъ пирогъ, и мама его *дѣлитъ*, вотъ этотъ пирогъ и есть *дѣлимое*“. „Нашъ учитель не любитъ пироговъ“, — возразилъ мальчикъ, но все таки выслушалъ отца далѣе. „А насъ въ семьѣ 8 человекъ; насколько же частей *дѣлится* пирогъ (на 8). Вотъ 8 и есть *дѣлитель*. А

если бы къ намъ передъ пирогомъ пришло 8 человекъ гостей, на сколько бы частей его пришлось бы раздѣлить (на 16 вмѣсто 8) каковы же были бы части: меньше или больше? (конечно меньше!) Каждая *часть* и есть *частное*“ и т. д. Черезъ нѣсколько минутъ мальчикъ былъ въ состояніи сказать правила измѣненія частнаго въ зависимости отъ измѣненія дѣлимаго и дѣлителя, между тѣмъ какъ раньше онъ этого сдѣлать, да и выучить этого не могъ наизусть, какъ ни бился. Онъ не осмысливалъ словъ „дѣлимое“ и „частное“ съ этимологической точки зрѣнія. „То, что любимъ—*любимое*, то, что дѣлимъ—*дѣлимое*; часть—*частное*“... Это было для мальчика прямо открытіемъ. Надо поступать такъ, чтобы каждый урокъ былъ урокомъ родного языка. Но языкъ создается и усваивается не путемъ опредѣленій и правилъ, а путемъ творчества и изъ конкретныхъ случаевъ. А метода цѣлесообразныхъ задачъ именно тѣмъ и сильна, что она естественно ведетъ отъ конкретного и частнаго къ общему и отвлеченному.

Въ составъ 9-й ступени входятъ, какъ замѣчено раньше, дроби: $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{3}{4}$. Разрываю пополамъ листъ бумаги—два полулиста, беру одинъ изъ нихъ, показываю, что это? Дѣти часто отвѣчаютъ: «листъ». Надо на примѣрахъ съ яблоками, картофелемъ довести учениковъ до того, чтобы они не называли полулистъ—листомъ. Разрываю пополамъ обѣ части, это что? и т. д. Приклеиваются одна къ другой и получаются $\frac{1}{2}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{4}{4}$ листа. Этимъ обозначеніемъ легко научить, иначе погибнетъ самостоятельная работа. Но начинать надо не съ обозначенія половинъ, а съ обозначенія $\frac{3}{4}$. „Что дѣлала съ бумагой?“ „Разрѣзала“. „Запишемъ, что разрѣзали такъ—(чертой).—Насколько частей разрѣзали?“ „На 4“. Это 4 и запишемъ подъ чертой. Но слово „разрѣзано“ пропускаютъ при чтеніи. „Сколько взяли четвертей?“ (три). Запишемъ это сверху черты цифрой. Пусть

запишутъ $\frac{2}{4}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{1}{4}$. Цифровое обозначеніе половины труднѣе, потому что въ этомъ словѣ нѣтъ указанія ни на число взятыхъ частей, ни на то, насколько одинаковыхъ частей дѣлилось цѣлое.

Примѣръ верхка (въ натур. вел.) раздѣленнаго на 4 части

--	--	--	--

 даетъ вѣскольکو

упражнений: $\frac{1}{4} + \frac{1}{4}$; $\frac{1}{2} + \frac{1}{4}$; $\frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4}$; $\frac{3}{4} - \frac{1}{4}$, и др.

10-я ступень — нумерація двухзначныхъ чиселъ. Опять кружки и спички, опять связыванія спичекъ, опять счетъ, и т. д. До 20 уже умѣютъ считать и писать, но, если не соблюсти требованій конкретности обученія, то можетъ оказаться, что нѣкоторые ученики будутъ 21 писать 201, а при счетѣ будутъ считать двадцать девять, двадцать десять, двадцать одиннадцать и т. д.

Надо, значитъ, научить считать осмысленно и научно. Мнѣ пришлось впервые услышать, какъ надо считать у покойнаго профессора и великаго физика Гельмгольца (въ 1877 г.), когда, онъ считая качанія маятника, говорилъ нуль, нуль, нуль, нуль, одинъ, два, три.. девять, десять, одинъ, два, —.. восемь, девять, двадцать, одинъ, два... восемь, девять, тридцать и т. д. Этотъ счетъ даетъ въ школѣ блестящіе результаты. На началѣ 3-го десятка и каждаго изъ остальныхъ сначала раздумье (полезное раздумье!), а потомъ идетъ, какъ по маслу.

Нумерація можетъ также исполняться и въ лицахъ: одинъ на пальцахъ или съ кружкой въ рукѣ считаетъ единицы, другой отмѣчаетъ на пальцахъ только десятки, а всѣ остальные смотрятъ и могутъ прочитать. Трехзначныя числа показываютъ уже три человекъ. Здѣсь также надо выяснитъ, какъ написать двѣсти четыре, триста четыре и достигнуть навыка дѣтей ставить сотни и десятки на надлежащее мѣсто. Счетъ и нумерація нужны именно послѣ 9-й ступени потому, что иначе

итти далѣе некуда. Но можно взять дѣленіе обоего рода въ предѣлахъ первыхъ двухъ десятковъ, которое во всемъ объемѣ въ книгахъ лектора, по его словамъ, „отнесено къ 12-й и 13-й ступенямъ“. Если такъ сдѣлать, то такимъ образомъ могутъ быть вполне выполнены требованія примѣрной программы М-ства Нар. Пр. для перваго отдѣленія начальной школы.

11 ступень: сложеніе и вычитаніе двузначныхъ чиселъ, перемноженіе двухъ однозначныхъ чиселъ, усвоеніе таблицы умноженія устно, квадратныя мѣры.

Звуковой (если можно такъ выразиться, музыкальный) элементъ въ сложеніи двузначныхъ чиселъ и въ таблицѣ умноженія играетъ очень большую роль. Объясняется это психологически тѣмъ, что музыкальность тоновъ помогаетъ и смыслу, и запоминанію словъ: стихотворенія легче заучиваются, чѣмъ проза, романсы — легче, чѣмъ слова безъ музыки, музыкальная проза Лермонтова, Пушкина, Тургенева легче запоминается, чѣмъ не музыкальная проза второстепенныхъ художниковъ слова. Читайте ихъ вслухъ, слышится музыка, а чуть переставите слова, красота теряется. Лекторъ привелъ отрывокъ изъ Тургенева: «я ошибся, принявъ людей, сидѣвшихъ вокругъ огня, за гуртовчиковъ; то были просто крестьянскіе ребятишки, которые стерегли табунъ», — отрывокъ прозаическій, въ которомъ есть не только интонація, но и почти стихотворная размѣренность. Во многихъ работахъ по арифметикѣ ритмъ, темпъ и интонація помогаютъ работѣ; $25 + 35$? Произноса предпоследнее число слово тридцать на $1\frac{1}{2}$ тона ниже, мы только себѣ облегчаемъ. $37 + 27$? (двадцать произнести иначе). $38 + 36$? Это читается опять иначе: здѣсь удареніе и перемѣна высоты тона на словѣ *шесть*: на $1\frac{1}{2}$ тона выше! Именно такъ вы и читаете, но вы, быть-можетъ, не замѣчаете этого. На самомъ же дѣлѣ это важно. Данныя таблицы умноженія тоже читаются въ извѣст-

ныхъ тонахъ и ритмически. Дѣти играютъ, маршируютъ въ корридорѣ, изображаютъ учителя въ видѣ дирижера, и дѣвочки принимаютъ также участіе въ этомъ почти-что строевомъ упражненіи. Необходима и обратная таблица не только: 2-жды—3, 2-жды—4, 2-жды—5, и т. д., но и 3-жды—2, 4-жды—2, 5-тью—2, 6-тью—2, и т. д. Все умноженіе продѣлывается, такъ сказать, музыкально и ритмически, а безъ этого скучно и дурно запоминается. Привычный темпъ, если таблица забыта, помогаетъ вычисленію, когда къ нему прибѣгаемъ.

При этихъ упражненіяхъ надо имѣть въ виду правильность вдыханій и выдыханій. Есть книга извѣстнаго изслѣдователя вопроса о ритмѣ (Бухера, она есть и въ русскомъ переводѣ), подъ заглавіемъ „Работа и ритмъ“, въ которой выясняется значеніе ритма и музыкальнаго элемента при производствѣ многихъ физическихъ работъ.

Изъ наглядныхъ пособій важнѣйшія на этой ступени: Пифагоровы таблицы и опредѣленіе площадей прямоугольниковъ, хотя обыкновенно послѣднее относятъ къ курсу третьяго или четвертаго года обученія, что обзавается и некетати въ виду смѣшности, съ какой этотъ отдѣлъ проходитъ, и методически несвоевременнымъ.

Лекція XVII.

Понятно, почему сложеніе и умноженіе однозначныхъ чиселъ переплетаются между собою: логически и методически таблица умноженія тѣснѣе связана со сложеніемъ однозначныхъ и двузначныхъ чиселъ, а методически—также и съ вычитаніемъ.

Сложеніе играетъ очевидную большую роль, но и вычитаніе немаловажно, и всѣ эти три дѣйствія въ устномъ счетѣ весьма часто опираются на употребленіе пятковъ и десятковъ. Пятки легче складываются, умноженіе на пять легче запоминается, а умноженіе на

10 весьма сильно помогаетъ устному счету и при помощи вычитанія: $7 \times 8 = 70 - 14$; $9 \times 9 = 90 - 9$, и т. п. Французскій педагогъ-математикъ Мартель издалъ недавно солидную книгу объ изустномъ счетѣ. Ее не мѣшаетъ имѣть учителю, чтобы заглянуть на способы подлежащихъ вычисленій. Она имѣется въ русскомъ переводѣ г. Мироносицаго. Но проработать всѣ предлагаемые тамъ приемы въ начальной школѣ, конечно, невозможно, да и не нужно. Нужно постигнуть духъ изустнаго вычисленія, нуженъ вкусъ къ нему, и книга Мартеля въ этомъ отношеніи въ высшей степени цѣнна для учителя.

На 11-й ступени лекторъ рекомендуетъ извѣстный пальцевый способъ отысканія произведенія двухъ однозначныхъ чиселъ перваго десятка, изъ которыхъ каждое больше 5, причѣмъ отмѣтилъ важность этого способа для дѣтей не слухового, а преимущественно моторнаго типа. У лектора есть свѣдѣнія объ очень хорошихъ результатахъ этого способа во многихъ случаяхъ, когда таблица умноженія учащимся не давалась.

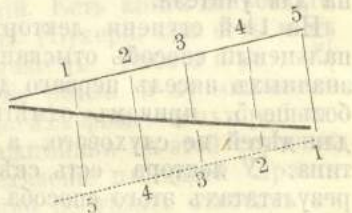
12-я ступень содержитъ въ себѣ дѣленіе на извѣстное число одинаковыхъ частей, а 13-я—дѣленіе на извѣстныя части.

Съ незапамятныхъ временъ человекъ дѣлилъ вещи на части: дерево, добычу и проч., причѣмъ достигалась большая матеріальная культура, а арифметики дѣльных чиселъ тогда никакой еще не существовало, да не только арифметики, но и другихъ видовъ умственной культуры.

Надо иногда и дѣтей ставить въ такія же условія въ началѣ изученія, въ какихъ стоялъ доисторическій человекъ. Пусть дѣлятъ ленты бумаги и на 2, и на 4, и на 8 одинаковыхъ частей, также и на 5, и на 7, и на 3. Первое легко, а на 5 уже надо приспособиться: можно сначала примѣрно раздѣлить на 4 и отъ каждой части отдѣлать по одной пятой долѣ (на-глазъ!) четверти, тогда

величина каждой пятой части дѣлаго и опредѣлится. При дѣленіи на 3 части, можно раздѣлить на 4 и одну изъ частей тоже на 4 на прибавку для каждой изъ остальныхъ трехъ частей, а остатокъ, тоже для прибавки, раздѣлить уже на 3 части на-глазъ. Ошибки большой не будетъ, если при дѣленіи на 7, раздѣлимъ сначала пополамъ и каждую изъ половинокъ на 3 части, и затѣмъ отъ каждой части отбавить чуть-чуть меньше $\frac{1}{6}$ части для образования части седьмой изъ кусочковъ. Лекторъ показалъ роль указательныхъ пальцевъ обѣихъ рукъ при раздѣленіи прямой на 3, 5 и 7 частей.

Если точно дѣлить длину напр. на 5 равныхъ частей, то это можно сдѣлать съ помощью угла, на одной изъ сторонъ котораго отъ вершины угла отложена длина раздѣляемой линіи, а на другой отмѣтить 5 кусковъ любой длины, только равныхъ, отъ вершины же угла, какъ показано на чертежѣ. Этимъ же угломъ отмѣтить пунктирную линію, на ней отложить такіе же куски, какъ и на первой, и точки 1—5, 2—4, 3—3, 4—2 и 5—1—соединить прямыми, какъ показано на чертежѣ. При этомъ дѣло обошлось безъ проведенія параллельныхъ линій, требующихъ уже значительнаго навыка въ черченіи. Но важнѣе всего научить дѣтей дѣлить прямая на-глазъ на доскѣ и на бумагѣ, и складывать бумажныя ленты. То, чему они при этомъ научатся, пригодится имъ впоследствии. Сначала пополамъ отмѣтить на-глазъ, попробовать смѣрять ниткой и поправить. На 3 части: сдвигая указательные пальцы, смотрѣть, равна ли часть заключенная между пальцами, частямъ по бокамъ, помѣтить мѣломъ, посмотреть, вѣрно ли, поправить и т. д. На 5: сначала попо-



ламъ, затѣмъ выдѣлить серединку (на глазъ) и остальные части опять раздѣлить пополамъ, провѣрить и т. д. Дѣти любятъ упражненія этого рода. И надо сказать, что дѣленіе чиселъ безъ предварительныхъ упражненій вродѣ вышенамѣченныхъ не имѣетъ того значенія, какъ какое оно должно бы имѣть. На методикѣ дѣленія лекторъ не останавливается, но указываетъ, что нуженъ особый знакъ для обозначенія дѣленія на извѣстное число одинаковыхъ частей и что запись дѣленія лучше всего практиковать такую: $15 \text{ к. } \overline{15} = 3 \text{ коп.}$, и т. п., двоеточіе же употреблять какъ знакъ для дѣленія на извѣстныя одинаковыя части (дѣленіе „по содержанію“, краткое сравненіе).

13-я ступень посвящена дѣленію на извѣстныя одинаковыя части, гдѣ вопросъ въ томъ, сколько разъ такая часть содержится въ дѣлимомъ. Но и здѣсь надо заготовить предварительно такія ленты бумаги, чтобы одна дѣлая число разъ укладывалась въ другой длинной лентѣ. Они сами догадаются и скажутъ: „вы нарочно такъ сдѣлали?“ Да! Здѣсь они увидятъ, что это рѣдкій случай, чтобы кусокъ ленты уложился въ другомъ дѣломъ число разъ, чаще всего получается остатокъ, представляющій только часть укладываемаго куска.

Это случается и при раздѣленіи *цѣлыхъ чиселъ* на извѣстное число одинаковыхъ частей; но тамъ это не такъ рѣзко бросается въ глаза, если вопросъ не касается конкретныхъ чиселъ.

Здѣсь уже умѣстно ознакомить съ выраженіями *на* столько-то больше или меньше и съ вопросами насколько больше или меньше, въ три раза больше, въ три раза меньше, во сколько разъ больше, во сколько разъ меньше. Но каждый изъ этихъ терминовъ долженъ быть усваиваемъ отдѣльно отъ другого, и пока какой-либо изъ нихъ не усвоенъ вполне, не надо затруднять дѣла по-

вымъ и столь похожимъ по вѣншему виду терминомъ, выражающимъ совершенно иное. Здѣсь же можно означить и со знаками дѣленія $\left| \frac{\quad}{\quad} \right|$ и \div . Но чтобы послѣдній знакъ лучше запоминался по его смыслу, лучше точки дѣлать «пожирѣе» $\frac{\quad}{\quad}$, говоря: «разсыпать», «разложить», «разбить» въ кучки и т. п. Пусть люди ученые смѣются надъ нами, учителями: мы у нихъ будемъ учиться наукѣ, а у своихъ учениковъ—тому, какъ надо *учить*.

На 14-й ступени идетъ уже нумерація трехзначныхъ чиселъ и проходятся сложение и вычитаніе трехзначныхъ чиселъ и, можетъ быть, 4-хъ-значныхъ.

На 15-й идутъ: нумерація по десятичной системѣ и задачи на сложение и вычитаніе многозначныхъ чиселъ.

Далѣе на 16-й ступени—умножение многозначныхъ на однозначныя числа.

На 17-й ступени—дѣленіе двузначныхъ чиселъ на однозначныя, а

на 18-й—дѣленіе многозначныхъ чиселъ на однозначныя. Лекторъ каждую изъ этихъ ступеней освѣтилъ съ точки зрѣнія методической и технической и замѣтилъ слѣдующее.

Чтобы не надоѣдало одно и то же дѣйствіе, можно задачи перемѣшивать и стараться избѣгать многописанія. Лекторъ, между прочимъ, обратилъ вниманіе на способъ производства сложения многочисленныхъ многозначныхъ чиселъ, при которомъ итогъ подводится и отдѣльно записывается для цифръ каждаго разряда.

Лекція XVIII.

19-я ступень, по мнѣнію лектора, одна изъ важнѣйшихъ. Содержаніе ея обыкновенно игнорируютъ: его считаютъ очень легкимъ, и отъ него отдѣляются чаще

всего нѣсколькими словами. Но она занимаетъ командующее положеніе въ остальной арифметикѣ многозначныхъ чиселъ. Это—умноженіе на 10, на 100 и вообще на единицу вышяго разряда.

Здѣсь-то впервые видно значеніе арабской нумераціи. Если взять римскую нумерацію: XXIV×X=CCXL, и тотъ же примѣръ въ арабской 24×10=240, то въ послѣдней тотчасъ же несравненно яснѣе видны и результатъ, и способъ письменнаго производства дѣйствія. L×X=D и тотъ же примѣръ арабскими цифрами: 50×10=500. Здѣсь видна также одна изъ заслугъ десятичной системы нумераціи, пользующейся нулемъ. Мы по ряду цифръ видимъ, что тутъ дѣлается, благодаря системѣ, являющейся какъ бы орудіемъ нашей работы. Умноженіе на 10—всему голова въ умноженіи многозначныхъ чиселъ.

37×10? Надо сложить 37+37+37+37... (слагаемыхъ десять). Надо умножать на 10 какъ на однозначное число: десятью—семь 70, нуль пишу, 7 въ умѣ; десятью—три 30, да 7 тридцать семь; получимъ: 370. Только благодаря системѣ, мы можемъ просто позаботиться о томъ, чтобы 3 и 7 этого числа встали рангомъ выше и послужили для обозначенія сотенъ и десятковъ. Но это уже результатъ недоступнаго учащимся разсужденія, — тонкаго и глубокаго. Благодаря нашей системѣ счисления является какъ бы чудо. Но для учащихся свачала оно должно явиться результатомъ наблюденія, опыта, эксперимента. Говорить о томъ, что 7 единицъ *увеличатся* въ 10 разъ бесполезно. Для учащихся ни одна единица не можетъ измѣниться сама по себѣ, ни одинъ десятокъ тоже не можетъ измѣниться, все останется десяткомъ, но ихъ цифры, при перестановкѣ на одно мѣсто влѣво имѣютъ уже другое значеніе вслѣдствіе системы обозначенія чиселъ. 37×10=370, сразу, безъ всякихъ недочетовъ, можно писать вполнѣдствіи. Для учащихся

это должно быть чудомъ, что сразу можно написать $137 \times 10 = 1370$?

Но не механически и не путемъ безсодержательныхъ и даже неполныхъ вѣрныхъ разговоровъ о томъ, что единицы „обращаются“ въ десятки, а десятки „обращаются“ въ сотни, надо подойти къ этому.

Пусть дѣти, повторяемъ, на самомъ дѣлѣ умножать сначала разные числа на 10 и говорить десятую 7—семьдесят, 0 пишу, 7 десятковъ замѣчу, десятую 3 десятка—тридцать (десятковъ), да еще 7 десятковъ—37 десятковъ и т. п. Нѣсколько примѣровъ совершенно научатъ ихъ тому, что въ результатѣ получается то-то и то-то. А если имъ навязать известное намъ правило, то все дальнѣйшее для нихъ будетъ блѣдно, неинтересно и болѣе или менѣе бесплодно.

Дальше надо умножать на 20, 30 Сначала на 10, а затѣмъ полученное произведение на 2, 3 и т. д. И пусть опять-таки они сами дойдутъ до этого.

Къ сожалѣнію, умноженіе многозначныхъ чиселъ 377×264 .. начинается у насъ обыкновенно съ единицы низшаго разряда множителя, между тѣмъ какъ главное, на что надо обращать вниманіе, это именно единицы высшаго разряда множителя. При рекомендуемомъ правилѣ арифметики способъ перемноженія, нѣсколько затемняется самый его смыслъ, и въ результатѣ часто получаются грубѣйшія ошибки и ненужныя затрудненія въ послѣдствіи.

Обратимся къ примѣру (ступень 20-я) перемноженія 3767×264 , т. е. двухъ многозначныхъ чиселъ съ значащими цифрами. Сначала помножимъ на 200 и нули запишемъ, затѣмъ на 60 и нуль тоже запишемъ и, наконецъ, на 4. Здѣсь величина произведенія уже въ сильной степени опредѣляется первымъ произведеніемъ на 200—остальное только прибавка около $\frac{1}{3}$ части. Это еще яснѣе, когда вмѣсто 2 сотенъ множителя было бы

8 или 9, тогда ошибка отъ остальныхъ имѣла бы несравненно меньшее значеніе. Но это еще куда ни шло! Удобство состоитъ въ томъ, что можно запись ставить не посрединѣ страницы, такъ какъ цифры частныхъ произведеній посыплются не налѣво, а направо, гдѣ мѣста много. Наконецъ,—и естественнѣе, когда требуется помножить на 264, сначала повторить множимое слагаемымъ 200 разъ, затѣмъ 60 и лишь подъ-конецъ 4 раза. Это естественно потому что: 1) единицы высшихъ разрядовъ произносятся раньше, 2) единицы высшихъ разрядовъ больше дѣйствуютъ на воображеніе: 200, 60 и 4, а не 4, 60 и 200!

Сначала надо писать нули въ концѣ, «руки не отвѣляются»; когда же учащіеся настолько набили себѣ въ умноженіи руку, и уже понимаютъ истинный смыслъ умноженія, то они и „сами скажутъ, что можно нулей и не писать,—сами!“

Лекція XIX.

21-ая ступень посвящается у лектора примѣненію умноженія къ раздробленію именованныхъ чиселъ.

Дѣло это простое, и простѣйшіе случаи должны входить въ составъ предыдущихъ ступеней. Здѣсь нѣтъ никакихъ новыхъ логическихъ трудностей,—все дѣло только въ способѣ записыванія дѣйствій, которое и понынѣ, къ сожалѣнію, все еще преисполнено правилами и несообразностями разнаго рода.

Не „ждемъ“—внизъ надо располагать дѣйствіе, а просто надо перемножать и складывать! Приходится удивляться, что наши ученики еще что-то знаютъ, изучая такъ много времени эту тарабарщину формалистики различныхъ, даже придуманныхъ, особыхъ дѣйствій. Вѣдь это же только задача на послѣдовательное примѣненіе умноженія и сложения частью устнаго, частью

письменного, притомъ не нуждающагося ни въ чемъ, кромѣ вниманія. Надо рѣшеніе этой задачи и располагать строчками: $40 \text{ ф.} \times 15 = 600 \text{ фун.}$; $600 \text{ ф.} + 18 \text{ ф.} = 618 \text{ ф.}$ и т. д., а не такъ, какъ это обыкновенно записывается, когда 15 пудовъ помножаютъ на 40 и получаютъ 600 фунтовъ, и т. д.

22-ая ступень содержитъ очень большія техническія трудности: дѣленіе многозначныхъ чиселъ на круглыя числа—20, 30, 40 и т. д., 200, 300, 400 и т. д. Дѣлить на 10, 100 и т. д. ученики должны уметь вполне сознательно, такъ какъ уже разработано умноженіе на 10, на 100 и т. д. $12358 : 20$? При лабораторномъ способѣ ученики уже знаютъ, что для раздѣленія на 20 надо сначала раздѣлить на 10, а потомъ каждую часть пополамъ, для чего тысячу обратить въ сотни и 12 сотенъ раздѣлить пополамъ, затѣмъ десятии... При этомъ слово „содержится“ упоминать приходится только при дѣленіи на извѣстныя одинаковыя части. Процессъ долженъ быть продѣланъ въ логической и психологической полнотѣ. Но трудности этой ступени еще не такъ значительны, какъ слѣдующихъ.

23 ступень—дѣленіе на закругляемое число.

Это—новое понятіе. На него не обращаютъ особеннаго вниманія, а между тѣмъ оно крайне важно. 19 близко къ 20, 189 близко къ 200 и т. д.; можно оцѣнивать эту близость сразу.

Незакруглимо то число, которое находится приблизительно посрединѣ между двумя смежными круглыми числами (24, 25, 26, 459...), и раньше, чѣмъ учить дѣленію вообще, надо приучиться дѣлить на закругляемыя числа, и вмѣсто того, чтобы дѣлить на 19, дѣлить на 20, но остатокъ узнавать, принявъ во вниманіе, что число одинаковыхъ частей, на которыя надо раздѣлить на самомъ дѣлѣ, равно 19-ти; узнавши остатокъ, его также дѣлить на 20, получится лишняя часть, которую можетъ

быть удастся раздѣлить на 19, а если нѣтъ, то опять на 20 и т. д. Здѣсь не гаданіе, а расчетъ, настоящее вычисленіе, которое надо осмыслить*). Когда приходится дѣлить вмѣсто 21 на 20, то поступать надо такъ же. Такой способъ, конечно, требуетъ навыка, но онъ ведетъ прямо къ цѣли и онъ вполне осмысленъ; здѣсь на каждомъ шагу идея дѣленія памятна. Конкретный примѣръ выясняютъ учащимся, это мы ошибки никакой не дѣлаемъ: мы только „при цѣниваемся“ къ цифрѣ частнаго

25-ая ступень (дѣленіе на не закругляемое число) одна изъ труднѣйшихъ. $137.356 : 26$? Не къ колдовству здѣсь надо прибѣгать и не къ утомительнѣйшимъ непланомѣрнымъ вычисленіямъ, а къ чисто арифметическому расчету. Дѣлимъ сначала 127 тысячъ на 20 одинаковыхъ частей (а не на 26), въ каждую часть попало

*) Такое дѣленіе не то, чему мы учимъ дѣтей, чѣмъ мы ихъ мучимъ. И у насъ, а частью и въ Западной Европѣ—практикуется одно и тоже до сихъ поръ.

Нѣмецкій педагогъ Іеремія Готтгельфъ рассказываетъ, что когда онъ учился, то вначалѣ пла нумерація, потомъ сложеніе; учась сложенію, дѣти забывали нумерацію. Вычитаніе просто объяснялось: $123-14$? Изъ 3-хъ нельзя вычесть 4, надо занять Когда научились вычитанію, забывали и сложеніе, и нумерацію. Тоже и при умноженіи, и при дѣленіи. Когда дѣлили на 7322 на 7, то говорили 7 въ 7 содержится одинъ разъ, 1 пишу, вычитаютъ, остатка нѣтъ, сношу 3, семь въ 3-хъ не содержится, сношу слѣдующую цифру, а нуль въ частное забывали писать. На экзаменѣ учителя и учащіеся больше всего боялись дѣленія. Случайные почетные посѣтели школы наталкивались на такіе разговоры: посѣтитель спрашиваетъ о сложеніи двухъ многозначныхъ чиселъ, а учитель въ свое оправданіе и въ оправданіе ученика заявляетъ, что въ послѣднее время мы главнымъ образомъ занимались дѣленіемъ. А другой почетный гость, чтобы выручить учителя, заявляетъ, что, если ему долго не приходится дѣлать сложеніе большихъ чиселъ, то онъ тоже съ трудомъ справляется съ этимъ дѣломъ.

Лекторъ выяснилъ, въ чемъ истинная трудность дѣленія.

по 6 тысячъ, а если бы мы раздѣлили на 30 одинаковыхъ частей (а не на 26), то досталось бы по 4 тысячи, но 6 много, а 4 мало, можно взять 5 тысячъ. Съ остаткомъ поступаютъ такимъ же образомъ. Выработывается сообразительность учениковъ, и учителю легче: они работаютъ сами и лучше усваиваютъ существо дѣла. $136 : 16?$ На 10 раздѣлить будетъ 13, на 20—6, среднее 9, но такъ какъ 16 ближе къ 20, чѣмъ къ 10, то лучше взять менѣе—8. Восемь разъ 16 будетъ 128, остатокъ 8. Ученики работаютъ планомерно и приучаются схватывать истинную величину результата, задаваться не на бумагѣ, а съ разумомъ цифрой частнаго, что чрезвычайно важно. Изустныя задачи здѣсь могутъ быть шире и съ большими числами.

26 ступень—превращеніе именованныхъ чиселъ, о которомъ тоже можно сказать, что и о раздробленіи. Но можно и отсюда заимствовать поучительныя вещи. 1.000.000 вершковъ? Что это такое? Если бы книга была толщиной въ 1 вершокъ, сколько бы полокъ занялъ бы этотъ миллионъ книгъ, если цолки будутъ длиною каждая въ 1 сажень? Но и тутъ нужны не правила, не «дожди» цифръ, а планомерныя сознательныя вычисленія.

26-ая и 27-ая ступени имѣютъ цѣлью привести въ систему то, что учащими ранѣе усвоено практически. Она ведетъ къ установкѣ арифметическихъ понятій и ихъ логической связи. Сюда же относятся и рѣшеніе не слишкомъ сложныхъ задачъ, гдѣ для вычисленія приходится употреблять не слишкомъ много дѣйствій.

Опредѣленіямъ не слѣдуетъ особенно поклоняться. Есть школы, гдѣ объясняютъ, что есть единица, что есть нуль, число, дробь, именованное число, отвѣщенное число и т. п.; но это бесполезно. Въ иныхъ—что есть нуль, число, что есть дѣйствіе, что есть нумерація и т. д., и т. д. Среди этихъ терминовъ есть неопредѣлимые,

или крайне трудно опредѣлимые. Что такое молоко, кровь, растеніе, молотокъ?... Мы живемъ опытомъ, а не опредѣленіями, послѣднія—дѣло соотвѣствующихъ наукъ, или дѣло педагоговъ. Но если это *требуется* на экзаменахъ, дѣлать нечего, и въ своихъ книгахъ лекторъ постарался выяснитъ, какъ въ этихъ случаяхъ быть.

О задачахъ надо сказать, что онѣ служатъ не для одного «развитія ума» (самое любимое педагогами сужденіе о значеніи задачъ): онѣ представляютъ двигательную силу математики. Надо знать количество населенія, обслуживаемое данною торговлею, величину и качество потребляемыхъ имъ вещей, время и цѣнность передвиженія грузовъ изъ разныхъ мѣстъ и пр. Какъ въ торговлѣ, такъ и въ промышленности, вездѣ сложный расчетъ. Соотвѣстствіе жизненнымъ требованіямъ составляетъ одну изъ точекъ зрѣнія современной методики. Учить рѣшенію сложныхъ задачъ приходится не только по предложенію г.г. экзаменаторовъ, но и для примѣненія познаній въ должныхъ случаяхъ. Но учить надо не такъ, какъ часто учатъ, дабы задачи не сваливались откуда-то, какъ снѣгъ на голову, здорово живешь, а изъ случаевъ жизни и ея общаго теченія и сообразно цѣлямъ обученія.

Мнѣ нужно 98 сажень дровъ: березовыхъ больше, чѣмъ сосновыхъ на 5 сажень, да еще осиновыхъ 20 саж. Сколько мнѣ требуется березовыхъ и сосновыхъ дровъ? И на какую сумму, если сажень сосновыхъ дровъ стоитъ 5 р. 60 коп. и т. д. Гдѣ встрѣчается такая задача въ жизни? Хотя ученики и понимаютъ, что это—исторія вымышленная, что здѣсь только закрыто какое-то число, чтобы его отыскать, но исторія такого рода не могутъ возбуждать въ нихъ желанія учиться, а это желаніе какъ-разъ наибольшее условіе успѣха.

Другое дѣло, если рассказъ будетъ изъ жизни. Самы ученики должны «сочинять» задачи,—еще Дистервегъ

замѣтили, что пока ученики не умѣютъ сочинять задачъ даннаго рода, они не понимаютъ, въ чемъ дѣло. Потери времени здѣсь нѣтъ, и ученики понимаютъ, что вся штука въ составленіи задачи, что надо «закрыть» одно число, и что дѣль рѣшенія ея—такъ сказать, раскрыть, «выковырять» его.

Если учитель торопится пройти программу, не доверяетъ себѣ, если онъ не сознаетъ важности жизненныхъ задачъ, то дѣло идетъ труднѣе. У учащихся и часто даже у учителя являются апатія и повтореніе чужихъ словъ. При этомъ иногда оказывается, что дѣепричастія, причастія и другія формы учащимся только выучиваются наизусть, но не понимаются ими надлежащимъ образомъ. Лекторъ рассказалъ изъ своего опыта случаи, доказывающіе, что дѣепричастія учениками понимаются иногда совершенно не вѣрно и мѣшаютъ, если не сдѣлано предварительныхъ упражненій, дѣлу и работѣ.

28 ступень—систематизированіе матеріала, относящагося до дробей, нахожденіе части цѣлаго, процентъ отъ даннаго числа. Дроби должны быть главнѣйшимъ образомъ ходовыя: $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{8}$. Вотъ тесемка, она только половина другой, отрѣжь отъ большого куска тесемки такой конецъ, чтобы она была такой же длины, какъ и другая. Вотъ эта лента $\frac{3}{4}$ той, которую ты и сдѣлаешь. И безъ лабораторнаго опыта они могутъ рѣшить задачу, но это будетъ хуже. Вотъ эта проволока $\frac{5}{6}$ той. Сдѣлай такую, какъ та.

На слово „процентъ“ надо смотрѣть, какъ на иностранное слово, замѣняющее $\frac{1}{100}$. Найти 50% значитъ $\frac{50}{100}$ или $\frac{1}{2}$. Число стариковъ старше 50 лѣтъ составляетъ въ деревнѣ 7% числа всѣхъ жителей, значитъ $\frac{7}{100}$ числа жителей. Процентъ смертности, денежный процентъ надо выяснять. Но вычислять проценты надо такъ, какъ это дѣлается въ жизни, если бѣ дядѣ Ивану на постройку избы пришлось обратиться къ богачу,

чтобы тотъ далъ ему взаймы денегъ на одинъ или на два года. Сколько ему придется заплатить %? Что это значитъ? И т. п.

29 ступень—вычисленіе площадей. Это было уже отчасти на 9-й ступени, на 11-й и на всѣхъ ступеняхъ, гдѣ есть умноженіе, но на 29-й подробнѣе, задачи сложнѣе. Привыкаютъ къ чертежамъ. Выясняется площадь треугольника: бумажный треугольникъ разрѣзается такъ, чтобы изъ его частей составилъ прямоугольникъ. То же дѣлается съ трапеціей, но безъ теоремъ, а прямо чертежами, вырѣзываніемъ, накладываніемъ, сравненіемъ съ прямоугольникомъ и въ концѣ-концовъ—съ квадратной единицей мѣры. Отсюда идетъ опредѣленіе площадей и ознакомленіе съ квадратными мѣрами, съ земельными и т. п.

Сюда же относятся и объемы, хотя и они должны и могутъ быть влетаемы, какъ это выяснилъ лекторъ, и раньше въ задачи на умноженіе.

Къ 30-й ступени можно отнести все то, что составляетъ матеріалъ экзаменаціонный, въ томъ числѣ задачи календарнаго содержанія на время, задачи алгебраическаго характера и т. п., и на этихъ вопросахъ лекторъ выяснилъ, что—самое необходимое въ курсѣ арифметики. Усвоивъ себѣ самое необходимое, учащіеся въ состояніи усвоить себѣ и второстепенное.

Лекція XX.

Нѣкоторыя упрощенія въ счетѣ зависятъ отъ насъ. Вплетеніе лабораторныхъ методовъ и геометріи въ курсъ арифметики даетъ нѣкоторыя упрощеніе и облегченія, но не всегда возможно сдѣлать въ начальной школѣ то, что существенно необходимо. Многаго внести нельзя влѣдствіе того, что приходится, слѣдуя облюбованнымъ задачникамъ и случайнымъ экзаменаціоннымъ требова-

нямъ, рѣшать задачи на красное и синее сукно, на курьеровъ, на бассейны и т. п.; многого другого—вслѣдствіе незнакомства учащаго съ методою и приемами обученія, наиболѣе цѣлесообразными въ данномъ случаѣ. Иногда постановкѣ дѣла мѣшаютъ сторонніе обстоятельства.

Есть, напр., возможность прибѣгнуть при рѣшеніи алгебраическихъ задачъ къ графическому способу. Графическій методъ вообще теперь не только играетъ вспомогательную роль, но и научную. Онъ помогаетъ иногда изученію явленій, попадаетъ чуть не во всякомъ научномъ сочиненіи и по естествознанію, и по техникѣ, и даже по общественнымъ вопросамъ.

Бассейнъ имѣетъ два крана, одинъ изъ которыхъ можетъ наполнить его водою въ 4 часа, другой при томъ же условіи въ 5 часовъ. Во сколько времени наполняется бассейнъ обоими кранами? Въ часъ наполняется $\frac{1}{20}$ бассейна, а $\frac{20}{20}$ въ 2 часа и $\frac{2}{20}$ останется, ихъ можно наполнить въ $\frac{2}{9}$ доли часа. Но такая задача можетъ быть рѣшена и графически, несмотря на то, что одинъ ученый математикъ сказалъ, что въ первый разъ слышитъ, чтобы графическій методъ примѣнялся къ арифметикѣ. Если бы его нельзя было примѣнить, то арифметика являлась бы какимъ-то исключеніемъ. Отцу теперь 45 лѣтъ, сыну 9; черезъ сколько лѣтъ отецъ будетъ втрое старше сына? Развѣ эта задача не можетъ быть разрѣшена графически? Навыкъ въ графическомъ рѣшеніи чрезвычайно важенъ во всей практической жизни. Лекторъ эти двѣ задачи графически разрѣшилъ на доскѣ

Можно дать понятіе и объ алгебраическомъ уравненіи на тѣхъ же задачахъ. На одну изъ чашекъ вѣсовъ положили 5 кусковъ масла, да еще 8 фунтовъ, а на другую 3 куска и 14 фунтовъ и вѣса оказались въ равновѣсіи. Велики ли куски?

Тутъ прямо можно записать уравненіе:

$3 \text{ вѣса куска} + 14 \text{ фунт.} = 5 \text{ вѣс. куска} + 8 \text{ фунт.}$ и рѣшать его такимъ образомъ: снимаемъ съ обѣихъ чашекъ по 3 куска, вѣсы будутъ все-таки въ равновѣсіи, и еще до 8 фунтовъ—тоже въ равновѣсіи. Остается на одной чашкѣ 6 фунтовъ, а на другой 2 куска; одинъ кусокъ вѣситъ 3 фунта.

По отношенію къ метрическимъ мѣрамъ достаточно, чтобы знали метръ въ переводѣ на вершки ($22\frac{1}{2}$ вершка), километръ на 31 сажень мѣнѣе версты, сантиметръ, миллиметръ и килограммъ, потому что они встрѣчаются нерѣдко въ книгахъ. Названіе остальныхъ и ихъ единичныя отношенія учащіеся могутъ только „вызубрить“ къ экзамену и, конечно, они должны будутъ все это вскорѣ же позабыть.

Все ученіе о десятичныхъ дробяхъ не только въ 3-хъ годичной школѣ умѣстить невозможно, да и въ школѣ съ 4-хъ годичнымъ курсомъ это невыполнимо. Но надо, чтобы учащіеся понимали, хотя не болѣе двухъ десятичныхъ знаковъ, обозначеніе десятичныхъ дробей съ помощью запятой. Умѣть читать дроби съ тремя десятичными знаками—тоже полезно. Такія дроби часто попадаются въ популярныхъ научныхъ книгахъ. Для экзаменовъ, можетъ быть, надо и больше, тогда дѣлать нечего! Но это пойдетъ въ ущербъ образованію и не отвѣчаетъ будущимъ потребностямъ учениковъ.

Хотя лекторъ и не врагъ, а скорѣе сторонникъ большаго курса, но онъ не считаетъ возможнымъ задаваться недостижимыми цѣлями: лучше пусть будетъ все необходимое вполне обстоятельно пройдено. Увлекаться же только количествомъ учебнаго матеріала не слѣдуетъ.

Очень важенъ въ школѣ устный счетъ. Нѣтъ школы, гдѣ бы онъ не практиковался, но иногда онъ занимаетъ ненадлежащее мѣсто въ курсѣ. Ученики должны дѣлать простѣйшія вычисленія всѣмъ наизусть, денежные неслож-

ные расчеты тоже должны дѣлать изустно: „2¹/₂ фунта по 36 коп.“ „Сколько будет 999+999?“. Непременно наизусть! Безъ изустнаго счета вообще нѣтъ арифметики.

Одна учительница*) хотѣла, чтобы ученики перваго класса ей объяснили разницу между устными и письменными расчетами. Мы были поражены отвѣтомъ 10-ти-лѣтней дѣвочки: „Устный счетъ, это, когда мы все говоримъ да говоримъ, и сразу записываемъ, что получилось, а письменный, когда мы немножко поговоримъ и запишемъ одну цифру, потомъ опять немножко поговоримъ и опять запишемъ“. Сама учительница, хотя отвѣтъ этотъ былъ дѣломъ ея рукъ, была поражена такой формулировкой. Важно, чтобы учащіеся прибѣгали къ изустному счету при всякомъ удобномъ къ тому случаѣ и чтобы они понимали, когда онъ удобенъ и когда неудобенъ.

Каждый день 3—4 минуты надобно посвящать просто устному счету. Есть таблицы для изустныхъ бѣглыхъ вычисленій и между прочими таблица, составленная лекторомъ. Онѣ многому помогаютъ. И въ каждый урокъ арифметики устный счетъ долженъ быть для навыка. Необходимы и вычисленія $\frac{1}{2}$ 38-ми?, $\frac{3}{4}$ 36-ти? $\frac{3}{4}$ 20-ти? Но безъ увлеченій.

Число ступеней для 3 различныхъ годовъ обученія въ нормальной школѣ можно положить слѣдующее... «Но приходится здѣсь оговориться въ словахъ «нормальная школа». Она у насъ отъ рожденія ненормальна. Учитъ приходится не долго; дѣти дома являются зачастую няньками и не ходятъ аккуратно въ школу, иногда у нихъ нѣтъ теплаго платья и обуви, иногда они являются помощниками въ хозяйствѣ, праздниковъ много, каникулы продолжительны, пособіями школа не богата, учительская жизнь тяжела, матеріально она мало обезпечена».

(* Бывшая ученица лектора.

Годъ 1-й: 8 ступеней, т. е. кончая во 2-мъ десяткѣ первыя два дѣйствія; на 9-й ступ. умноженіе до 20, на 10-й нумерація, изъ 12-й и 13-й оба вида дѣленія въ малыхъ числахъ, при дѣлимомъ непревосходящемъ 20. Задачи наипростѣйшія, а сложныя—не болѣе, чѣмъ съ 2-мя дѣйствіями. Это—минимумъ. Лекторъ знаетъ школы, въ которыхъ усваивается неизмѣримо больше,—около 13 ти ступеней, т. е. почти вся арифметика первой школы. Но это зависитъ и отъ учителя, и отъ учебныхъ пособій, и отъ благоустройства школы, и, наконецъ,—что самое важное,—отъ методы.

Годы 2-й и 3-й въ зависимости отъ успѣховъ 1-го года является затруднительнымъ разграничить рѣзко. Но желательно, чтобы во 2-мъ году всѣ дѣйствія въ предѣлахъ первой сотни, преимущественно съ именованными числами были изучены, какъ слѣдуетъ, чтобы расчеты денежные производились свободно, чтобы приготавливались модели, масштабы и дѣлались бы чертежи. Остальной матеріалъ (слишкомъ обширный и не всегда цѣлесообразный) въ 3-й и 4-й годы.

Далѣе лекторъ постарался сдѣлать резюме своихъ лекцій.

Командующую позицію должны занимать психологическія требованія; надо не преподавать, а учить; не излагать, а дѣлать такъ, чтобы учащіеся сами догадывались, въ чемъ дѣло, сами дѣлали бы и выводы. Онъ напомнилъ слова Жакото: «учить другихъ—значитъ показать имъ, что они должны сдѣлать, чтобы научиться самимъ тому, чему ихъ учать». Принципъ самостоятельности предполагаетъ живой интересъ къ учению: ребенокъ не только долженъ присутствовать, слушать и смотрѣть, а самъ долженъ работать.

Приемы должны отличаться наглядностью. Нельзя рассчитывать, что сужденіе можетъ быть у учениковъ сильнѣе ихъ воображенія и что они могутъ работать отвле-

ченно, безъ помощи воображенія, одною мыслью. Они себѣ все лучше представляютъ, чѣмъ судятъ, это естественно, и этимъ надо пользоваться.

Нѣкоторые педагоги, какъ Жанъ Массе, говорятъ, что ученикъ долженъ присутствовать при изобрѣтеніи арифметики; современная методика математики требуетъ, чтобы онъ *участвовалъ* въ изобрѣтеніи. Не машины намъ нужны, а люди, хотя и малолѣтніе, которые умѣютъ прилагать свои познанія къ жизненнымъ вопросамъ. Намъ нуженъ весь человѣкъ, а не одинъ разумъ его. При этомъ надо помнить, что развитіе мускульнаго чувства и духовное идутъ рука-объ-руку.

Матеріалъ обученія долженъ быть согласованъ, насколько это возможно съ требованіями педагогическими, а также и съ разумными пожеланіями родителей.

«Мнѣ—старикъ, сказалъ лекторъ, позвольте сказать вамъ:

«Учитель не долженъ быть сосудомъ, изъ котораго познанія только выливаются, онъ долженъ быть сосудомъ, постоянно также наполняющимся знаніями и идеалами. Кто стоитъ на мѣстѣ, тотъ идетъ назадъ. Воспитаніе и образованіе—цѣль наша. Но для этого нужно и самовоспитаніе наше. Нужно изучать психологію ребенка и по книгамъ, и самостоятельно, на дѣлѣ».

«Желаю вамъ такихъ условий жизни личной и школьной, чтобы быть действительными учителями своихъ учениковъ. Но для этого вы должны быть и ихъ учениками. Желаю вамъ и личныхъ радостей».

«Въ заключеніе позвольте передать вамъ привѣтъ учителей Харьковской и Самарской губерній и привѣтъ участвовавшихъ на курсахъ этого года въ Самарѣ и Харьковѣ. Привѣтъ этотъ свидѣтельствуетъ объ отсутствіи у русскаго учительства унынія или пессимизма. Онъ говоритъ о надеждѣ на лучшее будущее русскаго школы и дорогой родины».

Лекторъ указалъ слѣдующія сочиненія для самообразованія учащихся:

1. *Поль Вэръ*. Опытная геометрія. Переводъ Гатлиха, изд. Сытина.

2. *Оливеръ Лоджъ*. Легкая математика. Переводъ Томилаина Изд. Сытина.

3. *Вил. Клиффордъ*. Здравый смыслъ точныхъ наукъ. Перев. Кулишера. Изд. Сытина.

4. *Лэзанъ*. Первые шаги въ математикѣ. Перев. Шаравовой. Изд. Горбунова-Посадова.

5. Педагогическая академія въ очеркахъ и монографіяхъ. Томъ II, подъ заглавіемъ: Методы перваго начальнаго образованія. Статьи: *Н. Кульмана*, *С. Шохоръ-Троцкаго*, *С. Знаменскаго* и др. Изд. «Польза» (Антика, въ Москвѣ). Редакція А. П. Нечаева.

6. *Д. Ройтманъ*. Элементарная геометрія. Изд. 2-ое, Сытина.

7. *Левитусъ*. Элементарная алгебра Изд. Сытина.

8. *С. Шохоръ-Троцкий*. Геометрія на задачахъ. Изд. Сытина.

Въ изложеніи лекторъ держался взглядовъ, изложенныхъ въ его статьѣ, помѣщенной въ указанномъ (п. 5) томѣ Педагогической академіи—въ очеркахъ и монографіяхъ, а также въ книгахъ, составленныхъ имъ подъ заглавіями:

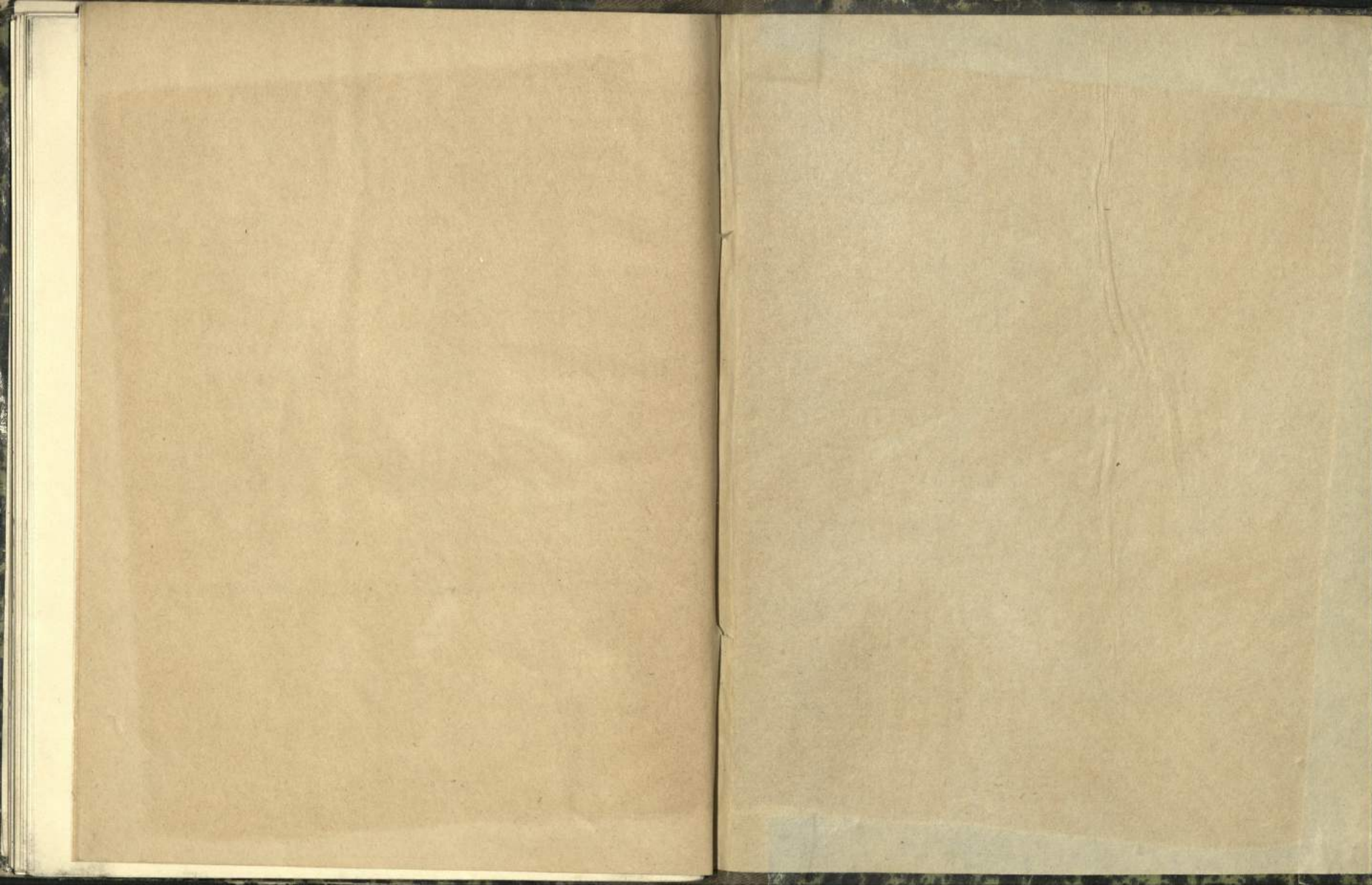
а) «Методика арифметики» Часть 1-ая. Изд. 7-е, исправл. и значит. дополненное.

б) Арифметическій задачникъ для учителей (для нач. школы) вып. I, изд. 7-е, исправл. и значит. дополненное

в) Арифметическій задачникъ для учениковъ (для нач. школы) вып. I, изд. 13-е или 14-е, исправл. и значит. дополненное.

2) Наглядность и наглядныя пособія при обученіи арифметикѣ, Изд. Тверского губ. земства.

Распредѣленіе курса на ступени имъ взято изъ первыхъ трехъ книгъ.



3
11
OTLET
M